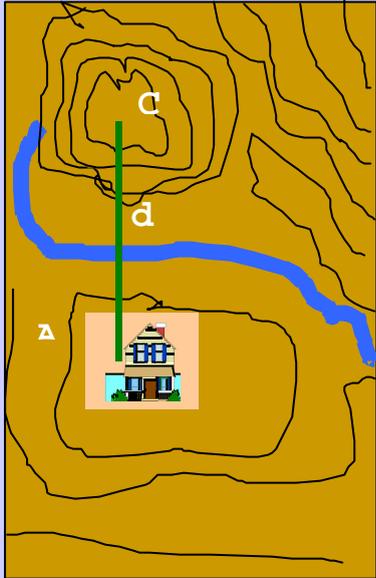


## RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

### Relaciones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo

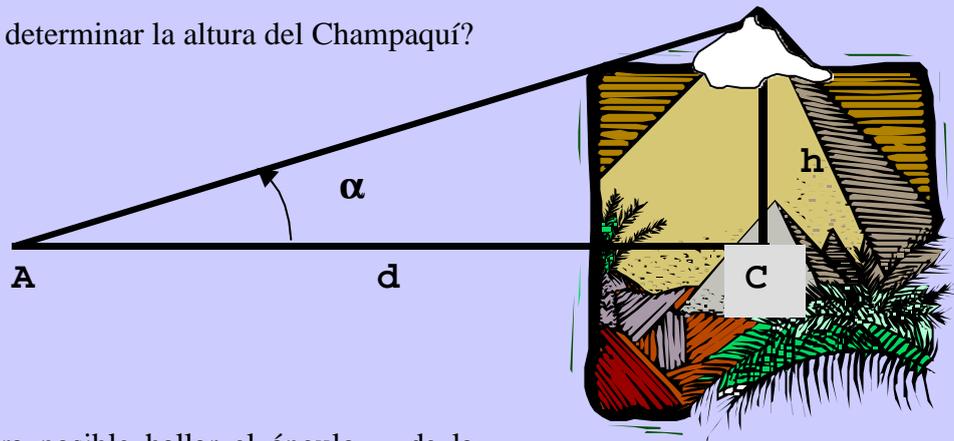


Estamos en Villa Alpina, Córdoba, frente al cerro Champaquí.

Queremos medir la altura del cerro y no tenemos ningún instrumental apropiado que nos permita hacer la medición en forma directa. Contamos, únicamente, con un mapa a escala en el que figuran la Villa A y el cerro C, separados por un río.

Teniendo en cuenta la escala es posible calcular, en forma aproximada, la distancia real  $d$  entre Villa Alpina y la vertical que pasa por la cima del cerro.

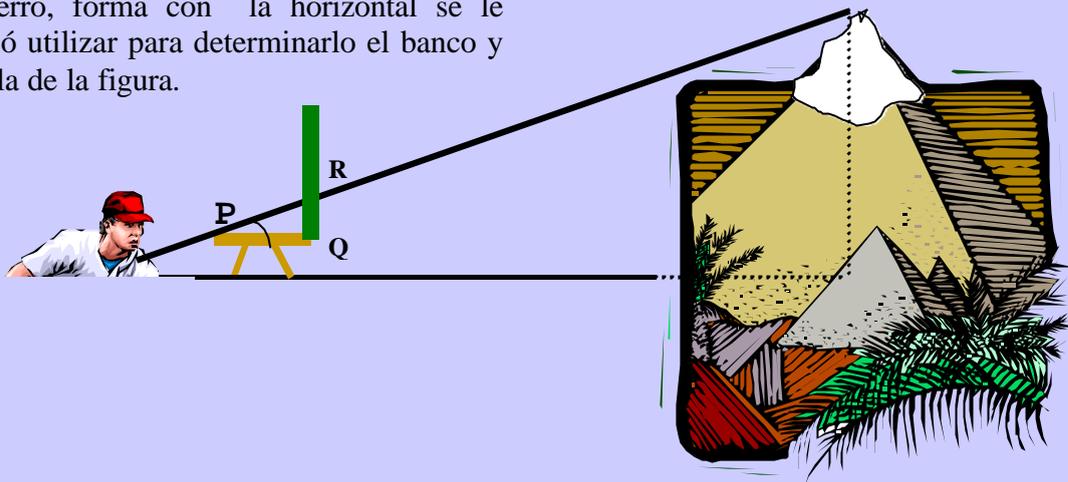
Pero ¿cómo podemos determinar la altura del Champaquí?



Pensemos que si fuera posible hallar el ángulo  $\alpha$  de la figura, el problema quedaría resuelto usando la relación tangente de  $\alpha$

Pero ¿cómo medir el ángulo  $\alpha$ ?

Como Esteban sabe que el ángulo  $\alpha$  es igual a cualquier ángulo  $\beta$  que la visual, a la cima del cerro, forma con la horizontal se le ocurrió utilizar para determinarlo el banco y la regla de la figura.



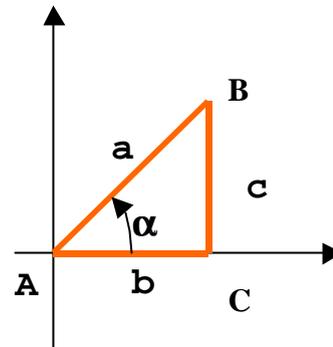
Midiendo el ancho del banco  $|\overline{PQ}|$  y  $|\overline{QR}|$  determinó la tangente de  $\beta$  y con este dato pudo calcular la altura del cerro Champaquí

Como ocurre en el problema que planteamos, es habitual que se presente la necesidad de efectuar algunas mediciones que, de no ser por la trigonometría, supondrían un trabajo arduo. En la mayoría de los casos basta con recolectar algunos datos y relacionar las fórmulas trigonométricas con los elementos de un triángulo rectángulo. De este modo pueden llevarse a cabo mediciones que tal vez logren asombrarte.

Esto es lo que se conoce con el nombre de *resolución de triángulos rectángulos*.

**Resolver un triángulo** es encontrar la medida de todos sus elementos, es decir sus tres lados y sus tres ángulos. Si el triángulo es rectángulo es suficiente tener como datos las medidas de dos de sus elementos, de los cuales uno debe ser necesariamente un lado.

Dado el triángulo rectángulo ACB, lo graficamos en un sistema de coordenadas cartesianas de modo que uno de sus ángulos agudos quede en posición normal.



El punto B es un punto del lado terminal del ángulo  $\alpha$ , por lo tanto

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{ordenada de B}}{|\overline{AB}|} = \frac{c}{a}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{abscisa de B}}{|\overline{AB}|} = \frac{b}{a}$$

Si llamamos  $c$  : cateto opuesto a  $\alpha$   
 $b$  : cateto adyacente a  $\alpha$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto al ángulo}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente al ángulo}}{\text{hipotenusa}}$$

## EJERCICIOS

- 1- ¿Podrías definir las demás relaciones trigonométricas de  $\alpha$  en términos de los catetos y la hipotenusa?
- 2- Refiriéndote al triángulo anterior prueba que:
  - a)  $\text{sen}(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
  - b)  $\text{cos}(90^\circ - \alpha) = \text{sen} \alpha$
  - c)  $\text{tg}(90^\circ - \alpha) = (\text{tg} \alpha)^{-1}$

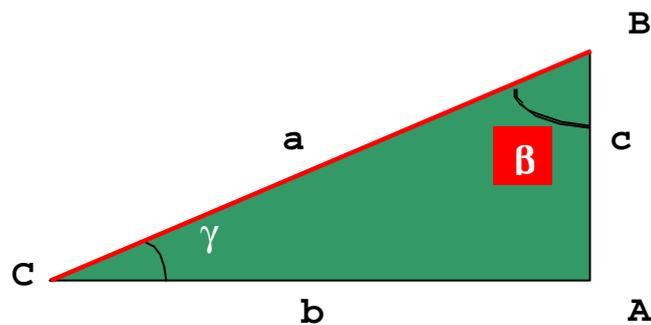
En un triángulo rectángulo la suma de los ángulos agudos da un ángulo recto.

## EJERCICIOS RESUELTOS

### EJERCICIO 1

Si tenemos en cuenta el siguiente triángulo rectángulo:

<b>DATOS</b> $a = 2 \text{ cm}$ $\beta = 60^\circ$
--



Calculemos las medidas de los restantes elementos:

$\gamma = 180^\circ - (\beta + 90^\circ)$ $\gamma = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ $\gamma = 30^\circ$
---

Hallemos la medida del lado **b**

Recuerda que:  $\text{sen} \beta = \frac{b}{a}$  entonces

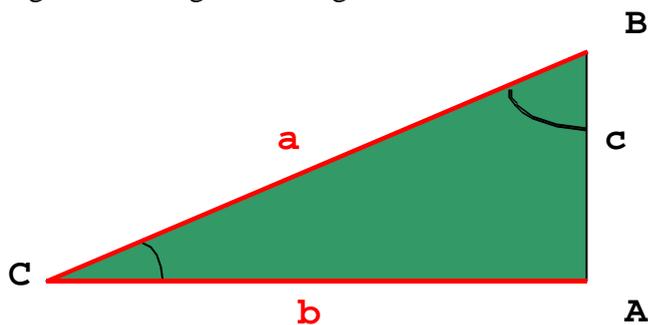
$b = a \cdot \text{sen} \beta = 2 (\text{sen} \beta) = 2 \cdot \text{sen} 60^\circ = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \text{ cm}$
---

Calculemos la medida del lado **c**

$\text{cos} \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a \cdot \text{cos} \beta = 2 (\text{cos} \beta) = 2 \cdot \text{cos} 60^\circ = 2 \left( \frac{1}{2} \right) = 1 \text{ cm}$
--

## EJERCICIO 2

Si tenemos en cuenta el siguiente triángulo rectángulo:



### DATOS

$a = 10 \text{ cm}$   
 $b = 6 \text{ cm}$

Calculemos las medidas de los restantes elementos

Calculemos la medida del lado  $c$

Si recordamos el teorema de Pitágoras:  $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}$

Calculemos la medida del ángulo  $\hat{B}$

Sabemos que  $\text{sen } \hat{B} = \frac{b}{a} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$$\hat{B} = \text{arc sen } \frac{3}{5} = 36^\circ 52' 12''$$

Usamos la calculadora con mucho cuidado.

Calculemos la medida del ángulo  $\hat{C}$

Sabemos que  $\text{cos } \hat{C} = \frac{b}{a} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$$\hat{C} = \text{arc cos } \frac{3}{5} = 53^\circ 7' 48''$$

También podríamos usar que  $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$ .

## EJERCICIOS

1- Calcula el área de un triángulo rectángulo en el cuál un ángulo mide  $30^\circ$  y la hipotenusa mide 4.

Resolvamos ahora algunos problemas:

2-¿Cuán larga es la sombra que proyecta un mástil de 11m de altura cuando el sol tiene un ángulo de elevación de  $30^\circ$ ?

3-Calcula la altura a la que se encuentra un barrilete si el ángulo que forma el hilo, de 35 m de longitud con la horizontal, es de  $30^\circ$  y la mano del niño que sostiene el hilo está a 80cm del suelo.

## RESPUESTAS

1- Área =  $4\sqrt{3}$

3- Altura = 18,30 m

