Fundamentos de la medición psicológica

Luis Manuel Lozano

Despacho: D2-248

<http://www4.ujaen.es/~lmlozano>

lmlozano@ujaen.es

Historia :

- ▶ Conocer, medir y, sobre todo, predecir la conducta humana ha sido una antigua aspiración de la ciencia.
- ▶ La ciencia que se ocupa de hacer mediciones sobre los múltiples aspectos de la conducta humana se denomina *Psicometría*.

- ▶ La inmensa mayoría de disciplinas que hoy se estudian en nuestras universidades suelen situar sus orígenes en los aledaños de la Grecia clásica; no así la Psicometría que remonta sus orígenes a China, hacia el año 1.100 A.C.
- ▶ El emperador había establecido un Servicio Civil de Evaluación con el fin de examinar a sus oficiales en lo que respecta a su *ajuste* para el trabajo que debían desarrollar

- ▶ Las primeras pruebas establecidas, los candidatos eran examinados de las *Seis Artes*: Música, Tiro con arco, Equitación, Escritura, Aritmética y Ritos y Ceremonias de la vida pública y privada, algo semejante al actual Protocolo.
- ▶ Bajo la dinastía Han (202 A. C. - 200 D. C.) Se utilizan exámenes escritos cuyos contenidos eran los *Cinco Estudios*: Leyes civiles, Asuntos militares, Agricultura, Impuestos y Geografía del imperio chino.

- Confucio (551 - 479 A. C.) Es el primero en clasificar a las personas en tres categorías en función de su inteligencia:
- Personas de *gran sabiduría*
 - Personas de *inteligencia media*
 - Personas con *inteligencia baja*.

El mismo Confucio también hace evaluación de la personalidad de sus estudiantes, clasificándolos en *armoniosos, artísticos, estúpidos, tontos, etc.*

► En el mundo helénico será Hipócrates el primero en hacer una clasificación de las personas en función de su constitución fisiológica y su carácter, encontrando cuatro temperamentos distintos, ya clásicos:

- *Colérico*
- *Melancólico*
- *Sanguíneo*
- *Flemático*

▶ Kretschmer, ya en la Psicología moderna, su más importante continuador, que divide a las personas en:

- *leptosomáticos,*
- *asténicos,*
- *atléticos y*
- *pícnicos*

- ▶ También España es pionera en los intentos de clasificación de las personas.
- ▶ En el siglo XVI, el médico español Juan Huarte de San Juan (1.529-1.588) publica un libro titulado

“Examen de ingenios para las ciencias. Donde se muestra la diferencia de habilidades que hay en los hombres y el género de letras que a cada uno responde en particular”

Los pioneros de la medida

- ▶ Entrado el siglo XIX empiezan los primeros intentos de demostrar la posibilidad de la utilización de las técnicas de medida dentro de la Psicología. Estos pasos preliminares en el intento de objetivar *matemáticamente* lo psíquico se convierten en uno de los grandes bloques en los que se divide la Psicometría:

La *Psicofísica*

- ▶ El primer científico que intenta la medida de lo psicológico es el fisiólogo alemán Weber (1.795-1.878) quien en 1834 había demostrado la relación entre la percepción de la diferencia de intensidad entre dos estímulos físicos, por ejemplo el peso de dos objetos, y el incremento de dicha diferencia
- ▶ Continuador de los trabajos de Weber, el matemático alemán Fechner encuentra la ecuación que pone en relación *el alma y la materia*, lo que más tarde será conocido como
- ▶ La Ley de Weber y Fechner

- ▶ Importante en el estudio de las diferencias individuales es también la teoría de la evolución propuesta por Darwin en 1.859.
- ▶ Para la psicología resultan enormemente interesante la continuación de estas teorías llevadas a cabo por el primo de Darwin, Sir Francis Galton, impulsor del estudio *estadístico* de las diferencias individuales.
- ▶ En 1.869 propone medir el grado de *genio* de un individuo por la proporción de sujetos que en la población llegan a sobrepasarlo, naciendo así la idea de *percentil* y utilizando la ya conocida distribución de Laplace- Gauss

- ▶ Galton, en 1.884, en Londres, en la Exposición Sanitaria Internacional abrió al público un *Laboratorio Antropométrico*
- ▶ Los visitantes a este laboratorio eran sometidos, por tres peniques, a una serie de verdaderos tests psicométricos
- ▶ Se medía la velocidad con que podían golpear, se determinaba su agudeza auditiva, visual, características de la percepción de colores y así hasta 17 medidas diferentes.

Con la finalidad de confirmar dos cosas:

1°. Que La inteligencia se relaciona con el tiempo de reacción.

2°. Que es hereditaria.

- ▶ De qué manera tendían a variar simultáneamente las diversas medidas era otro de los focos de preocupación
- ▶ La solución viene de la mano de una fórmula matemática propuesta por un discípulo de Galton:

Coeficiente de correlación momento-producto de Pearson

Con esto ya estaba puesta la base indispensable para el nacimiento de la teoría psicométrica más utilizada en el mundo:

El modelo Psicométrico Clásico o el *Modelo Lineal* de Spearman.

A través de este modelo se van a ir generando la casi totalidad de tipos de tests que existen en este momento en España.

Clasificación de los tests:

▶ En función del método utilizado:

- Tests Proyectivos

- Tests Psicométricos

Tests proyectivos:

- ▶ Exploran el conjunto de la *personalidad* de una manera global
- ▶ Se fundan en la noción de *proyección*
- ▶ Utilizan materiales vagos y poco estructurados
- ▶ Dan lugar a una variedad cuasi-infinita de respuestas interpretables

Clasificación de los tests proyectivos

- ▶ Técnicas asociativas.
- ▶ Procedimiento de elaboración.
- ▶ Tareas de completar.
- ▶ Elección de elementos.
- ▶ Métodos expresivos.

Test psicométricos:

- ▶ La Real Academia Española de la Lengua define a los tests como exámenes o pruebas psicológicas para el estudio de alguna función.
- ▶ Si se acude a la etimología del término la palabra test proviene del latín: *testis* que significa testigo y cuyo semantema está presente en palabras como testimonio...

Test psicométricos:

- ▶ Se pueden definir los tests psicométricos como instrumentos de medida
- ▶ Se basan en modelos matemáticos
- ▶ Intentan estimar el nivel de habilidad de las personas en rasgos diferenciados, sus aptitudes, actitudes y su personalidad.
- ▶ Las respuestas dadas a estos tests se valoran y evalúan cuantitativamente
- ▶ La puntuación final obtenida puede interpretarse basándose en modelos formalizados
- ▶ Intentan dar una medida *objetiva* de múltiples aspectos de la conducta humana.

Clasificación de los tests psicométricos

► Por la forma de aplicación:

1. Individuales

2. Colectivos

Clasificación de los tests psicométricos

► Por la finalidad:

- Tests de investigación
- Tests de diagnóstico

Clasificación de los tests psicométricos

► Por el planteamiento del problema:

■ Tests de ejecución máxima:

- La situación de cada elemento plantea un problema que el sujeto ha de responder poniendo en funcionamiento su capacidad en alto grado. Tests de rendimiento, aptitudes, inteligencia

■ Tests de ejecución típica:

- Se plantean situaciones habituales de la vida cotidiana. Tests de personalidad, actitudes, etc.

Clasificación de los tests psicométricos

- ▶ Por el tipo de comportamiento estudiado
 - Tests de inteligencia
 - Tests de rendimiento
 - Tests de personalidad
 - Tests de intereses
 - Tests de actitudes

Clasificación de los tests psicométricos

► Por el material empleado:

- Orales
- Tests de papel y lápiz
- Manipulativos
- Simulacionales
- Computerizados
- Objetivos

Clasificación de los tests psicométricos

- ▶ Por el grado de contaminación cultural:
 - Tests con contaminación cultural
 - Tests sin contaminación cultural

Clasificación de los tests psicométricos

► Por la población diana:

- Por el tipo de personas a las que el test va dirigido, así se pueden tener en cuenta aspectos tales como la edad, el nivel cultural, o ciertas incapacidades como ceguera, sordera, etc.

Clasificación de los tests psicométricos

- ▶ Por el tiempo de aplicación utilizado para responder al test
 - Tests de velocidad
 - Tests de potencia
 - Tests mixtos

Clasificación de los tests psicométricos

- ▶ Por el formato de los ítems:
 - Tests de verdadero falso
 - Tests de elección múltiple
 - Ítems tipo “Likert”
 - Preguntas de respuesta breve
 - Preguntas a desarrollar
 - Tareas para realizar
 - Preguntas de emparejamiento

Clasificación de los tests psicométricos

► Por el modelo estadístico en el que se basan:

- Teoría Clásica de los Tests
- Teoría de la Generalizabilidad
- Teoría de la Respuesta al Ítem

Clasificación de los tests psicométricos

► Por el modelo conceptual

- Tests referidos al criterio
- Tests referidos a la norma
- Tests referidos al sujeto

Breve historia de los tests

► Tests de aplicación individual:

■ Tests de inteligencia

El fracaso escolar no es un fenómeno nuevo. A principios del siglo XX, en 1.904, el Ministerio de Educación y Cultura francés, preocupado por descubrir aquellos alumnos que mostraban dificultades en la escuela, pidió la colaboración de los psicólogos Alfred Binet y Théophile Simon. El principal objetivo de su misión era diseñar un procedimiento que permitiera detectar a tiempo a los alumnos más rezagados en el programa curricular. Con la firme intención de desarrollar un sistema fiable, Alfred Binet concibió una batería de preguntas que sirviera para evaluar objetivamente las capacidades mentales de los niños con edades comprendidas entre los tres y los once años.

De esta forma, en 1905, nació el boceto de lo que hoy conocemos como test de CI. Los cuestionarios proponían a los niños actividades extremadamente diferentes en una escala de dificultad que iba de lo más simple a lo más complejo. Entre las pruebas que sugirieron Binet y Simon encontramos las siguientes: citar los colores que figuran en una imagen, encontrar los sinónimos de una palabra extraña, recordar una lista de la compra, clasificar pesos por orden creciente, e incluso desenvolver un caramelo y comérselo. Los test de Binet y Simon pronto gozaron de una gran aceptación no solo en Francia, sino en Estados Unidos, donde, en 1916, se publica la revisión denominada Stanford-Binet llevada a cabo bajo la supervisión de Terman

En esta versión aparece por primera vez la noción de Cociente Intelectual. Esta idea se debe a Stern.

Stern ideó una fórmula fácilmente comprensible para el cálculo de la inteligencia que designó con el término de "cociente Intelectual". La ecuación que proponía era la siguiente: el cociente intelectual es la edad mental dividida entre la edad cronológica y multiplicado por 100.

Así, un niño de 8 años con una edad mental de 10 años tendría un

$$CI = 10/8 \times 100 = 125$$

Tests de inteligencia colectivos

- ▶ Los primeros tests mentales de aplicación colectiva fueron desarrollados por los psicólogos del ejército de los Estados Unidos entre 1.917 y 1.918
- ▶ El primer test mental de aplicación colectiva fue el test α del ejército
- ▶ El test β es una versión del anterior, libre de contaminación cultural

Escalas de Medida

▶ Nominales

▶ Ordinales

▶ Intervalo

▶ Razón

Supuestos básicos de la T.C.T.

$$V = E(X)$$

$$\rho_{ve} = 0$$

$$\rho_{e_j e_k} = 0$$

$$\text{Modelo: } X = V + e$$

La covarianza

- ▶ Es un índice que nos indica la relación lineal que hay entre dos variables.
- ▶ Si la relación es directa la covarianza es positiva, si es inversa es negativa y si no existe relación entre las variables es 0.
- ▶ Los límites son $-\infty$ y $+\infty$.
- ▶ Se representa como S_{xy} .

La covarianza (2)

- ▶ La fórmula matemática es:

$$S_{XY} = \frac{\sum [(X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})]}{n} = \frac{\sum X_i \times Y_i}{n} - \bar{X} \times \bar{Y}$$

La covarianza (3)

$$S_{XY} = \frac{\sum [(X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})]}{n} = \frac{\sum X_i \times Y_i}{n} - \bar{X} \times \bar{Y}$$

XY
45
60
6
36
14

X	Y
9	5
12	5
6	1
9	4
7	2

$$S_{XY} = \frac{161}{5} - (8.6 * 3.4) = 2.96$$

$$S_{XY} = \frac{[(9 - 8.6) * (5 - 3.4) + (12 - 8.6) * (5 - 3.4) + (6 - 8.6) * (1 - 3.4) + (9 - 8.6) * (4 - 3.4) + (7 - 8.6) * (2 - 3.4)]}{5}$$

$$S_{XY} = \frac{14.8}{5} = 2.96$$

La correlación

- ▶ La correlación producto-momento de Pearson es:

$$r_{xy} = \frac{n \sum X_i \times Y_i - \sum X_i \times \sum Y_i}{\sqrt{n \times \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \times \sqrt{n \times \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$

La correlación (2)

$$r_{xy} = \frac{n \sum X_i \times Y_i - \sum X_i \times \sum Y_i}{\sqrt{n \times \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \times \sqrt{n \times \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$

X	Y
9	5
12	5
6	1
9	4
7	2

X ²	Y ²	XY
81	25	45
144	25	60
36	1	6
81	16	36
49	4	14

43	17		391	71	161
----	----	--	-----	----	-----

La correlación (3)

$$r_{xy} = \frac{n \sum X_i \times Y_i - \sum X_i \times \sum Y_i}{\sqrt{n \times \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \times \sqrt{n \times \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$

$$r_{xy} = \frac{5 * 161 - 43 * 17}{\sqrt{5 * 391 - 43^2} \sqrt{5 * 71 - 17^2}} = \frac{74}{\sqrt{106} \sqrt{66}} = 0,855$$

La correlación (4)

- ▶ El coeficiente de correlación de Pearson no puede valer más de +1 ni menos de -1.
- ▶ Si hacemos transformaciones lineales de una o las dos variables, en las que las constantes multiplicadoras son positivas, la correlación de Pearson no se altera. Es decir:

$$U = a * X + d$$

$$V = c * Y + e$$

$$\text{siendo}(a, c > 0)$$

$$r_{uv} = r_{xy}$$

La correlación (5)

- ▶ La valoración de r no debe hacerse en base a su valor simple. Como ejercicio de fe, la valoración de r debe hacerse en base al cuadrado de su valor (r^2). Así $r_{xy} = 0,80$ no es el doble que una correlación $r_{uv} = 0,40$. Es el cuádruple:

$$\frac{r_{xy}^2}{r_{uv}^2} = \frac{0,80^2}{0,40^2} = \frac{0,64}{0,16} = 4$$

Definición de tests paralelos

- ▶ Dos tests, j y k , se denominan paralelos si la varianza de los errores es la misma en ambos y cada sujeto obtiene en ellos la misma puntuación verdadera

Deducciones del modelo

- ▶ $e = X - V$
- ▶ $E(e) = 0$
- ▶ $\mu_x = \mu_v$
- ▶ $cov(V, e) = 0$
- ▶ $Cov(X, V) = var(V)$
- ▶ $Cov(X_j, X_k) = cov(V_j, V_k)$
- ▶ $Var(x) = var(V) + var(e)$

$$\rho_{xe} = \sigma_e / \sigma_x$$

Para k tests paralelos, medias, varianzas e intercorrelaciones entre ellos, son iguales

Fiabilidad

- ▶ En general, se dice que una medida es fiable cuando está libre de error.
- ▶ Un test es fiable cuando es *constante* en su medida

Coeficiente de fiabilidad

- ▶ La fiabilidad de un test se expresa mediante su coeficiente de fiabilidad:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2}$$

Coeficiente de fiabilidad

Puesto que $\sigma^2_x = \sigma^2_v + \sigma^2_e$

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sigma_x^2 - \sigma_e^2}{\sigma_x^2} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}$$

No obstante ninguna de las dos fórmulas vale para el cálculo del coeficiente de fiabilidad ya que ni la varianza de los errores ni la de las puntuaciones verdaderas se puede calcular empíricamente

Índice de fiabilidad

- ▶ Se denomina índice de fiabilidad de un test a la correlación entre sus puntuaciones empíricas y sus puntuaciones verdaderas. Matemáticamente es la raíz cuadrada del coeficiente de fiabilidad:

$$\rho_{xv} = \frac{\sigma_v}{\sigma_x}$$

Métodos clásicos para la estimación empírica del coeficiente de fiabilidad

- ▶ Test-retest
 - Coeficiente de estabilidad
- ▶ Formas paralelas
 - Coeficiente de equivalencia
- ▶ Dos mitades
 - Consistencia interna

Error y fiabilidad

- ▶ Error de medida:
 - $e = X - V$
- ▶ Error de estimación:
 - $e = V - V''$
- ▶ Error de sustitución:
 - $e = X_1 - X_2$
- ▶ Error de predicción:
 - $e = X_1 - X'_1$

Error típico de medida

$$x = v + e$$

$$e = x - v$$

$$\begin{aligned}\sigma_e^2 &= \sigma_x^2 + \sigma_v^2 - 2\sigma_x\sigma_v\rho_{xv} = \\ &= \sigma_x^2 + \sigma_v^2 - 2\sigma_v\sigma_v = \sigma_x^2 - \sigma_v^2\end{aligned}$$

$$\sigma_e^2 = \sigma_x^2 - \rho_{xx}\sigma_x^2$$

$$\sigma_e^2 = \sigma_x^2(1 - \rho_{xx})$$

$$\sigma_e = \sigma_x \sqrt{1 - \rho_{xx'}}$$

Estimación de las puntuaciones verdaderas

- ▶ Estimación basada en la distribución normal de los errores
 - 1.- Nivel de confianza= $\Rightarrow Z_c$
 - 2.- Error máximo admisible: $Z_c \times \sigma_e$
 - 3.- Intervalo confidencial
- ▶ Ejemplo: En un test de inteligencia general, con un coeficiente de fiabilidad de 0'9 una media de 20 y una desviación típica de 4, una persona obtiene 25 puntos. ¿Entre qué límites se encontrará la puntuación verdadera de esta persona? N.C.=95%

Estimación de las puntuaciones verdaderas

$$1^{\circ} .- N.C. = 95\% \Rightarrow Z_c = \pm 1,96$$

$$2^{\circ} .- \sigma_e = 4\sqrt{1 - 0,9} = 1,26$$

$$3^{\circ} .- ErrorMaximo = \pm 1,96 \cdot 1,26 = \pm 2,47$$

$$4^{\circ} .- I.C. = 25 \pm 2,47 = \begin{cases} 27,47 \\ 22,53 \end{cases}$$

Sesgo de las puntuaciones empíricas

- ▶ Las puntuaciones empíricas no son independientes del error de medida:

$$\begin{aligned}\rho_{xe} &= \frac{\sum xe}{n\sigma_x\sigma_e} = \frac{\sum (v+e)e}{n\sigma_x\sigma_e} = \left(\frac{\sum ve}{n} + \frac{\sum e^2}{n} \right) \frac{1}{\sigma_x\sigma_e} \\ &= \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x\sigma_e} = \frac{\sigma_e}{\sigma_x} = \frac{\sigma_x\sqrt{1-\rho_{xx}}}{\sigma_x} = \sqrt{1-\rho_{xx}}\end{aligned}$$

Estimación de las puntuaciones verdaderas

- ▶ Estimación basada en la regresión:

$$V' = \rho_{xx} (X - \bar{X}) + \bar{X}$$

Con el mismo ejemplo anterior, sin utilizar el nivel de confianza.

$$V' = 0,90 (25 - 20) + 20 = 24,5$$

Estimación de las puntuaciones verdaderas

- ▶ Estimación basada en la regresión utilizando el nivel de confianza y el error típico de estimación:

$$1.- N.C. = 95\% \Rightarrow Z_{\alpha/2} = \pm 1,96$$

$$2.- \sigma_{v.x} = \sigma_x \sqrt{1 - \rho_{xx}} \sqrt{\rho_{xx}} = 4\sqrt{1 - 0,9} \sqrt{0,9} = 1,2$$

$$3.- V' = 0,9(25 - 20) + 20 = 24,5$$

$$4.- E.mx = Z_{\alpha/2} \sigma_{v.x} = \pm 1,96 \cdot 1,2 = \pm 2,35$$

$$5.- I.C. = 24,5 \pm 2,35 = \begin{cases} 26,85 \\ 22,15 \end{cases}$$

Estimación de las puntuaciones verdaderas

► Ecuaciones de regresión

- Puntuaciones directas

$$V' = \rho_{xx} (X - \bar{X}) + \bar{X}$$

- Puntuaciones diferenciales:

$$v' = \rho_{xx} x$$

- Puntuaciones típicas:

$$z_{v'} = \sqrt{\rho_{xx}} \cdot z_x$$

Error típico de estimación

► Puntuaciones directas

$$\sigma_{v.x} = \sigma_x \sqrt{1 - \rho_{xx}} \sqrt{\rho_{xx}} = \sigma_e \sqrt{\rho_{xx}}$$

► Diferenciales

$$\sigma_{v.x} = \sigma_x \sqrt{1 - \rho_{xx}} \sqrt{\rho_{xx}} = \sigma_e \sqrt{\rho_{xx}}$$

► Típicas

$$\sigma_{z_v z_x} = \sqrt{1 - \rho_{xx}} \sqrt{\rho_{xx}}$$