CAPÍTULO 4. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA.

4.1 INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se sigue considerando un modelo para hacer el estudio de la dinámica sólo para el caso de partículas. Un modelo se usa para representar la realidad física y debe tener en cuenta dos aspectos conflictivos entre sí: a) tiene que ser lo bastante simple para como para ser elaborado con métodos matemáticamente rigurosos, b) debe ser realista para que los resultados obtenidos sean aplicables al problema considerado. La sencillez del modelo, su belleza matemática, es incompatible con la fidelidad al problema real.

La ***dinámica*** estudia el movimiento de los cuerpos considerando las causas que lo producen. Es una rama de la Mecánica que abarca casi toda la Mecánica Clásica. En la Mecánica Clásica se restringe el estudio a los cuerpos (partículas) grandes comparados con el tamaño de un átomo ($\sim 10^{-10}\ m$) y para velocidades pequeñas comparadas con la de la luz ($\sim 3x10^{8}\ m/s$). Isaac Newton (1642-1727) es el principal creador de la Mecánica Clásica. La Mecánica Relativista estudia el movimiento de las partículas subatómicas, que se mueven a muy altas velocidades, es más general que la Mecánica Clásica a la que incluye como caso particular. Su creador fue A. Einstein (1879 – 1955).

En los primeros estudios, Galileo Galilei (1564-1642), hizo un gran avance en la comprensión del movimiento. Las ideas de Galileo eran revolucionarias para su época, él propuso la teoría científica que la Tierra giraba en torno al Sol, teoría contraria a las doctrinas de la iglesia que imponían la idea que la Tierra era el centro del Universo, sin tener fundamentos para hacer esa afirmación. Quienes se oponían a esas creencias eran severamente castigados, con penas tales como morir quemado en la hoguera u otras barbaries impuestas por la religión católica. Galileo se encontró en esa situación peligrosa, por lo que no pudo publicar sus resultados y fue obligado a retractarse públicamente. Posteriormente, la inquisición española propicio que todas sus universidades aprobaran y estudiaran la tesis de Galileo. Durante el Jubileo 2000 la Iglesia Católica tuvo que pedir perdón al mundo científico por no haber creído en la teoría de Galileo y le pidió perdón a Galileo mismo. Pero un filósofo contemporáneo de Galileo, Giordano Bruno (1548-1600) tuvo un final trágico, ya que murió en Roma en 1600 quemado en la hoguera de la Inquisición, por defender las

mismas ideas de Galileo. En la actualidad, la Iglesia Católica continúa con sus ideas retrógradas y dictatoriales porque, por ejemplo, acepta la tesis abortiva de la 'píldora del día después', (que de acuerdo a la teoría bioética debiera llamarse 'píldora de las seis horas después'), a pesar de que se ha demostrado científicamente que no es abortiva, o se opone a la aprobación de leyes como la Ley del Divorcio, o pone trabas para la realización del programa JOCAS de educación sexual en los Liceos, sin embargo la iglesia se resiste a aceptar las sanciones en contra de sus sacerdotes que son acusados de abusos deshonestos, y los defiende ¿Cómo eso va a ser algo aceptable? Ojalá que no se deba esperar otros 500 años para que la iglesia reconozca este nuevo error.

Antes de Galileo la mayoría de los filósofos pensaba que se necesitaba una '*influencia externa'* para mantener a un cuerpo en movimiento. Creían que un cuerpo se encontraba en su estado natural cuando estaba en reposo, y que para que el cuerpo se moviera en línea recta con velocidad constante, tenia que moverlo continuamente algún agente externo, de otra manera naturalmente se detendría. Para probar esa idea, Galileo empezó por encontrar una forma de liberar a un cuerpo de toda influencia externa. En la naturaleza eso no se puede lograr, porque aún cuerpos muy alejados de un cuerpo de prueba pueden ejercer una influencia sobre él y cambiar su movimiento. Pero se puede hacer que las influencias externas sean muy pequeñas (es el modelo) y pensar que realmente no existen para tener una idea de cómo sería el movimiento. La experiencia de Galileo fue deslizar un bloque de madera sobre una superficie bajo una influencia externa (por ejemplo la mano que lo empuja), si se elimina la influencia externa el bloque se detiene, por eso los filósofos pensaban que permanentemente tenia que estar actuando la influencia externa para mantener el movimiento. Pero si se elige como cuerpo una esfera y se hace deslizar sobre una superficie muy lisa, al ponerla en movimiento lo hará con mucha facilidad sin ninguna influencia externa, (el contacto entre las dos superficies es otra influencia externa que se desprecia). En el caso que no exista ninguna influencia externa sobre un cuerpo después que se lo pone en movimiento, nunca más se detendría. A la influencia externa que hace que un cuerpo este detenido o en movimiento se le llama una ***fuerza***.

¿Qué es fuerza? En la vida cotidiana se considera *fuerza* a una sensación común asociada con la dificultad para mover o levantar un cuerpo. En Física se identifica una fuerza por el efecto que produce. Uno de los efectos de una fuerza es cambiar el estado de reposo o de movimiento del cuerpo, más concretamente, una fuerza cambia la velocidad de un objeto, es decir produce una

aceleración. Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo y no se produce movimiento, entonces puede cambiar su forma, aún si el cuerpo es muy rígido. La deformación puede o no ser permanente. Entonces los efectos de la fuerza neta son dos: cambiar el estado de movimiento de un cuerpo o producir una deformación, o ambas cosas.

Normalmente sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas, entonces el cuerpo acelerará cuando el efecto de la fuerza neta que actúa sobre él no es cero. Se llama ***fuerza neta*** o *fuerza resultante* a la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Si la fuerza neta es cero, la aceleración es cero, el movimiento es con velocidad igual a cero (cuerpo detenido) o con velocidad constante. Cuando un cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante, se dice que está en ***equilibrio.***

Se pueden distinguir dos grandes clases de fuerzas: fuerzas de contacto, representan el resultado del contacto físico entre el cuerpo y sus alrededores, por ejemplo mover un carro o estirar un resorte; y fuerzas de acción a distancia que actúan a través del espacio sin que haya contacto físico entre el cuerpo y sus alrededores, por ejemplo la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos que caen en caída libre. Todas las diferentes formas de fuerzas se encuentran dentro de esas dos grandes clasificaciones.

Para describir el mundo, la física contemporánea recurre a cuatro interacciones o fuerzas fundamentales, que actúan sobre las partículas de materia (y sobre las antipartículas), son vehiculadas por unas partículas llamadas *vectores de interacción*, que son: fotón (interacción electromagnética), bosón (interacción débil), gluón (interacción fuerte) y gravitón (interacción gravitacional).

1) Fuerzas electromagnéticas de atracción o repulsión entre partículas cargadas en reposo o en movimiento, explica la cohesión de los átomos, es mucho más intensa que la fuerza gravitacional.

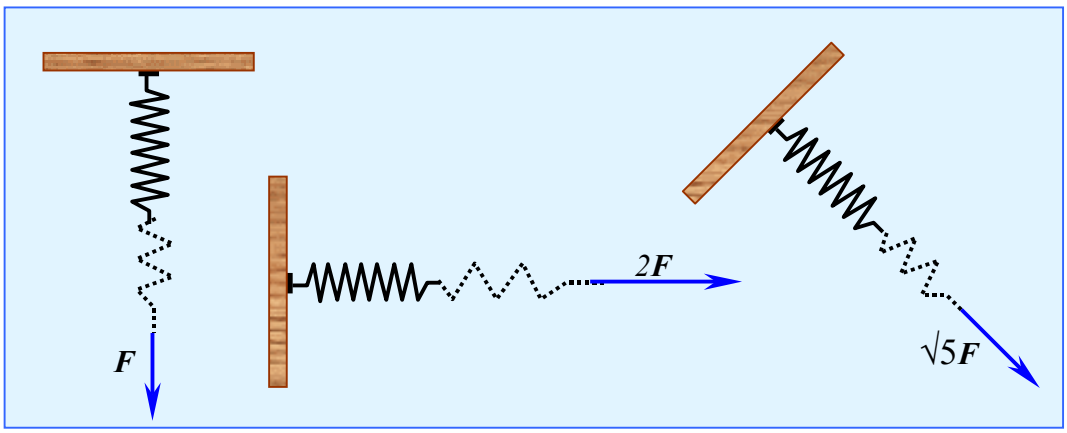
2) Fuerzas nucleares intensas entre partículas subatómicas, responsable de la existencia del núcleo atómico asegura la cohesión interna de los constituyentes del núcleo atómico, protones y neutrones, y es responsable de un gran número de reacciones y de desintegraciones; es la de mayor magnitud (10^2 - 10^3 veces la fuerza electromagnética).

3) Fuerzas nucleares débiles de corto alcance, rige algunos procesos radiactivos, establece la estabilidad de algunos núcleos, es varios órdenes de magnitud (10^{12}) menor que la fuerza electromagnética.

4) Fuerza de atracción gravitacional entre cuerpos debido a sus masas, entre otras cosas hace que caigan las manzanas y que suba la marea, es la fuerza de menor magnitud comparada con las otras.

Para que el concepto de fuerza sea exacto se debe establecer un método para medirla. Una fuerza se puede medir por el efecto que produce. Por ejemplo se puede usar la deformación que una fuerza produce en un resorte, como en la figura 4.1a. Si se aplica una fuerza verticalmente a un resorte y se estira una unidad, le asignamos a la fuerza una magnitud unitaria *F*. Se aplica ahora otra fuerza al mismo resorte horizontalmente (figura 4.1b), produciéndole un estiramiento de dos unidades, la magnitud de la fuerza será de *2F*. Si se aplican simultáneamente las dos fuerzas, el resorte se inclina, como en la figura 4.1c, y se estira $\sqrt{5}$ veces. La fuerza equivalente que produce ese estiramiento del resorte es la suma vectorial de *F* y *2F*. Es decir, la fuerza es un vector.

Figura 4.1 a), b), c)



El instrumento para medir fuerzas se llama ***dinamómetro***, es un resorte que se estira sobre una escala. Si se aplica una fuerza de una unidad sobre el dinamómetro, el resorte se estira hasta que ejerce una fuerza igual y contraria a la aplicada. En la escala se mide el alargamiento del resorte y se le asigna una unidad de fuerza. De esa manera se calibra el dinamómetro y se usa para me-

dir fuerzas, por ejemplo se aplica una fuerza sobre el dinamómetro y si se estira 2.5 unidades, entonces la fuerza aplicada es 2.5 veces la unidad de fuerza. Este procedimiento es válido para pequeños alargamientos del resorte, ya que si la fuerza es muy intensa, se puede deformar y no volver a su forma original.

4.2 PRIMERA LEY DE NEWTON.

Antes de 1600 los filósofos afirmaban que el estado natural de la materia era el reposo. Galileo fue el primero que tuvo una idea distinta del movimiento haciendo experimentos. Esencialmente sus experimentos consistían en analizar en forma semi-cuantitativa el movimiento de los cuerpos, tratando de eliminar toda influencia externa que lo alterará, concluyendo que el estado natural de los cuerpos no es el reposo, sino el resistirse a una aceleración. Posteriormente, Newton, que nació el año en que murió Galileo, perfeccionó los experimentos de Galileo realizando cuidadosas mediciones experimentales, lo que le permitió formular las ahora conocidas tres Leyes del Movimiento de Newton. La primera Ley de Newton se puede enunciar de la siguiente manera:

"Un cuerpo en reposo permanecerá en reposo y uno en movimiento continuará en movimiento con velocidad constante, a menos que actúe una fuerza sobre el cuerpo que altere su estado de reposo o de movimiento".

En otros términos se enuncia de la siguiente forma: si la suma de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es cero, su aceleración es cero. Esto significa que la partícula se encuentra en equilibrio de traslación, y se cumple la condición:

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0} \qquad (4.1)$$

Es importante darse cuenta que esta ley no ha sido probada real y verdaderamente, ya que no es posible eliminar totalmente las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Es una generalización de la experiencia.

La primera Ley de Newton se conoce también como ***Ley de Inercia***, porque define un *sistema de referencia inercial*. Un ***sistema de referencia inercial*** es

aquel en el cual si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, este se mueve con velocidad constante. En este sistema de referencia se cumple la primera Ley de Newton.

La Tierra no es un sistema de referencia inercial porque tiene una aceleración de 5.9×10^{-3} m/s^2 por su traslación alrededor del Sol y una aceleración por rotación en torno a su eje, que en el ecuador vale 3.4×10^{-2} m/s^2. Como estos son valores pequeños comparados con *g*, se puede suponer que la tierra es un sistema de referencia inercial. En la naturaleza no existen los sistemas de referencia inercial. Un marco de referencia inercial que se mueve con velocidad constante respecto a las estrellas muy lejanas, aparentemente fijas, es la mejor aproximación a un sistema de referencia inercial. Para nuestros efectos en la mayoría de los casos consideraremos a la tierra como un sistema de referencia inercial, ya que para los objetos que se mueven sobre la superficie terrestre, se pueden despreciar los movimientos de la Tierra.

4.3 CONCEPTO DE MASA.

¿Qué efecto tendrá una misma fuerza sobre cuerpos diferentes? No es lo mismo golpear con el píe una pelota que un adoquín. La masa es la propiedad del cuerpo que determina el efecto de una fuerza aplicada sobre él. Cuando se quiere cambiar el estado de movimiento de un cuerpo, este se resiste al cambio. La ***inercia*** es la propiedad de la materia que hace que se resista a cualquier cambio de su movimiento, ya sea en su dirección o rapidez. Por ejemplo, los pasajeros de un automóvil que acelera sienten contra la espalda la fuerza del asiento, que vence su inercia y aumenta su velocidad. Cuando éste frena, los pasajeros tienden a seguir moviéndose y se mueven hacia delante, por lo que deben apoyarse en el asiento delantero para no salir del suyo. Si se realiza un giro, un paquete situado sobre el asiento se desplazará lateralmente, porque la inercia del paquete hace que tienda a seguir moviéndose en línea recta.

La masa es el término que se usa para cuantificar la inercia. Como mide la resistencia de un cuerpo a cambiar su estado de movimiento o de reposo, se le llama ***masa inercial,*** y está determinada por la razón entre la fuerza neta sobre el cuerpo y su aceleración.

Otro método para encontrar la masa consiste en comparar la fuerzas gravitacionales ejercidas sobre dos objetos, uno de ellos de masa desconocida y el

otro de masa conocida. El objeto de masa desconocida se coloca en uno de los platillos de una balanza y en el otro platillo el conocido. Cuando los dos brazos están balanceados la fuerza gravitacional es la misma sobre cada uno de ellos. Entonces las masas de los cuerpos son iguales; cuando la masa se mide de esta forma se llama ***masa gravitacional***. Experimentos muy precisos indican que ambas masas son iguales.

La masa es una propiedad del cuerpo, es independiente del medio que la rodea y del método usado para medirla, para un cuerpo determinado tiene el mismo valor en cualquier lugar del universo. Es un escalar por lo que cumple las reglas de la aritmética común, en el SI se mide en kg.

4.4 SEGUNDA LEY DE NEWTON.

Cuando la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo no es cero, el cuerpo se mueve con una aceleración en la dirección de la fuerza. Experimentalmente se demuestra que para una masa fija, si aumenta el valor de la fuerza, su aceleración aumenta proporcionalmente; por ejemplo si F aumenta a $2F$ la aceleración a aumenta a $2a$. Por otra parte, si se aplica una fuerza fija, pero se aumenta el valor de la masa, la aceleración del cuerpo disminuye proporcionalmente al aumento de masa, por ejemplo si m aumenta a $2m$ la aceleración a disminuye a $(½)a$. Lo opuesto se observa si en lugar de considerar aumento de fuerza o de masa, se consideran disminuciones.

La Segunda Ley de Newton se enuncia basándose en estos resultados experimentales, resumiendo esas observaciones en el siguiente enunciado:

"*La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo e inversamente proporcional a su masa.*"

Escrita en términos matemáticos, si $\sum \vec{F}$ es la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo de masa m, la Segunda Ley de Newton se expresa como:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}} \qquad (4.2)$$

Esta ecuación fundamental es muy sencilla y completa, encierra razonamientos físicos muy profundos, producto de la experiencia, se conoce como la ***ecuación fundamental de movimiento***. Permite describir el movimiento y la mayor parte de los fenómenos de la Mecánica Clásica, (excepto los cambios de opinión de una mujer que se rigen por una fuerza de voluntad o se producen por motivos de fuerza mayor, son aleatorios, caóticos e impredecibles). Como la Mecánica Clásica es válida para cuerpos 'grandes' que se mueven con $v << c$, la misma restricción vale para las Leyes de Newton.

La Segunda Ley de Newton es una expresión vectorial y equivale a tres ecuaciones escalares, una en cada dirección *x, y* y *z*,

$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y, \quad \sum F_z = ma_z.$$

La Segunda Ley de Newton se puede usar para definir la unidad de medida de fuerza. En el sistema internacional la unidad de medida de fuerza se llama ***Newton***, que se simboliza por *N*, que se define como la fuerza necesaria para mover una masa de un *kg* produciéndole una aceleración de un m/s^2, entonces $1\ N = 1\ kg\ m/s^2$.

Se observa que la primera Ley de Newton es un caso particular de la segunda ley cuando la fuerza neta es cero, ya que en ese caso la aceleración debe ser cero, por lo tanto es una consecuencia de la segunda ley.

4.5 PESO.

Todos los cuerpos que se dejan en libertad cerca de la superficie terrestre caen con la aceleración de gravedad. Lo que los hace caer es la fuerza de atracción gravitacional con que la Tierra atrae a cualquier cuerpo con masa. Si dos partículas que tienen masas m_1 y m_2 están separadas una distancia *r* medida desde sus centros, como se ve en la figura 4.2, la fuerza de atracción gravitacional $\boldsymbol{F}_G$ ejercida por la masa m_1 sobre la masa m_2 tiene una magnitud:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde $G = 6.672 \times 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$. El cuerpo a su vez ejerce una fuerza de atracción sobre la Tierra, pero como la masa de cualquier objeto sobre la Tierra es mucho menor que la masa de la Tierra, el movimiento que el cuerpo le imprime a la Tierra no se aprecia. A la fuerza de atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre un cuerpo en sus cercanías se le llama ***peso*** del cuerpo, se simboliza con ***P***. Es un vector fuerza dirigido hacia el centro de la Tierra, en la dirección de ***g***, se mide en *N*.

Cuando un cuerpo que es dejado en libertad en las cercanías de la superficie terrestre, cae con la aceleración de gravedad, es la fuerza peso ***P*** la que le imprime al cuerpo una aceleración ***g***, entonces de la Segunda Ley de Newton, el peso es:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Si se quiere evitar que un cuerpo caiga, se debe ejercer una fuerza igual y contraria al peso, para que la fuerza neta sea cero. De aquí se obtiene que la magnitud de la fuerza peso es $P = mg$.

Como ***g*** es la misma para dos cuerpos, la relación de los pesos es igual a la relación de las masas de los cuerpos, o sea:

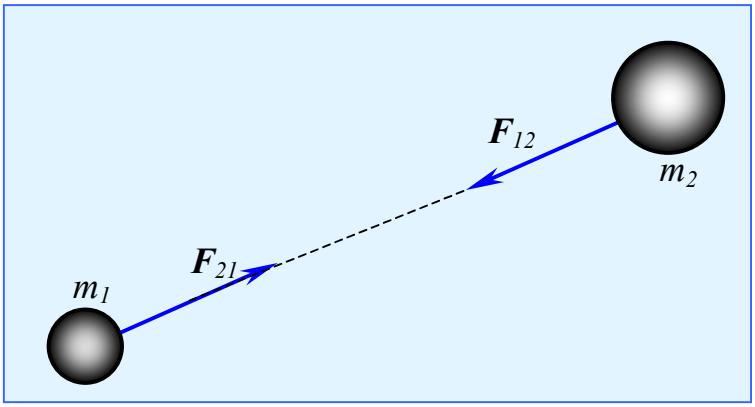
$$g = \frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2}$$

El peso depende de ***g***, varía con la ubicación geográfica y disminuye con la altura, por lo tanto no es una propiedad del cuerpo y no se debe confundir con la masa. Una balanza que es un instrumento para comparar fuerzas, se usa en la práctica para comparar masas. Generalmente se dice que un kilo de azúcar 'pesa' *1 kg*, aunque el kilogramo es una unidad de masa, no de fuerza.

4.6 TERCERA LEY DE NEWTON.

Cada vez que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, este reacciona ejerciendo una fuerza sobre el primero. Las fuerzas en cada cuerpo son de igual magnitud, y actúan en la misma línea de acción, pero son de sentido contrario, como se ve en la figura 4.2. Esto significa que no es posible que exista una fuerza aislada, es decir, no existe un cuerpo aislado en la naturaleza, cualquier fuerza individual es un aspecto de una interacción mutua entre dos cuerpos, que puede ser por contacto directo o por acción a distancia.

Figura 4.2



Esta propiedad de las fuerzas fue demostrada experimentalmente y expresada por Newton en su Tercera Ley de Movimiento, que se enuncia como sigue:

"Si dos cuerpos interactúan, la fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza que el cuerpo 2 ejerce sobre el cuerpo 1".

Escrita en términos de una ecuación se puede escribir:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \qquad (4.3)$$

donde $\boldsymbol{F_{12}}$ $\boldsymbol{(F_{21})}$ es la fuerza que ejerce el cuerpo de masa m_1 (m_2) sobre el cuerpo de masa m_2 (m_1). Si una de las fuerzas que intervienen en la interacción entre dos cuerpos se llama ***acción***, la otra recibe el nombre de ***reacción***, por esto la Tercera Ley de Newton se conoce también con el nombre ***Ley de Acción y Reacción***.

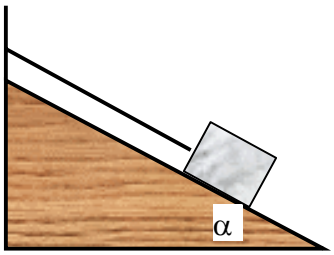
Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre en pareja y sobre cuerpos diferentes. Si actuaran sobre el mismo cuerpo no existiría el movimiento acelerado, porque la resultante siempre sería cero. Entonces, para que una pareja de fuerzas se consideren como fuerzas de acción y reacción, deben cumplir los siguientes requisitos simultáneamente: deben tener igual magnitud, la misma dirección, sentido opuesto, actuar en cuerpos diferentes y actuar en parejas.

De las tres leyes de Newton, sólo la segunda y la tercera son independientes, ya que la primera es una consecuencia de la segunda. Al aplicar las leyes de Newton se deben identificar todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo y dibujar un diagrama de cuerpo libre. Un ***diagrama de cuerpo libre*** es un esquema donde se muestra el cuerpo aislado o un punto que lo representa, en el que se dibujan todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo. Sobre este esquema se elige un sistema de referencia conveniente para aplicar las leyes de Newton. Cuando se considera un sistema mecánico con varios cuerpos, se debe hacer el diagrama de cuerpo libre y aplicar las leyes de Newton para cada componente del sistema. La fuerza que produce una superficie sobre un cuerpo que se encuentra apoyado en la superficie se llama fuerza ***normal N***, las fuerzas que ejercen cuerdas y cables sobre un cuerpo se les llama fuerza de ***tensión T***. A menos que se diga lo contrario, las cuerdas y poleas que formen parte de un sistema mecánico se considerarán de masa despreciable comparada con la masa de los cuerpos en estudio y las cuerdas y cables se considerarán inextensibles, esto significa que sirven sólo para cambiar la dirección de la tensión cuando pasan por una polea; se dice que son ideales.

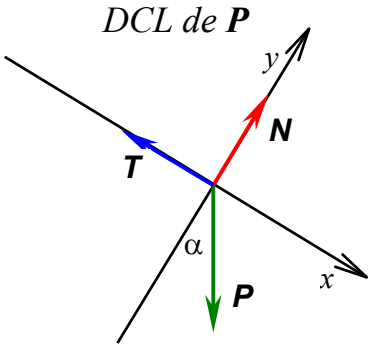
Ejemplo 1. *Un bloque de 50N de peso se ubica sobre un plano inclinado en un ángulo α de 30º con la horizontal. El bloque se sujeta con una cuerda ideal que se encuentra fija en la parte superior del plano inclinado, como en la figura. Estudiar el comportamiento mecánico del bloque.*

Solución: las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:

Esquema



DCL de ***P***



Fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso ***P***
Fuerza de la cuerda que lo sostiene, que es la tensión ***T***
Fuerza que el plano ejerce sobre el cuerpo, que es la normal ***N***

Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del diagrama de cuerpo libre se obtiene:

eje x: $-T + P\,sen\alpha = 0$

eje y: $N - P\cos\alpha = 0$

Despejando T y N, y reemplazando los valores numéricos, se obtiene:

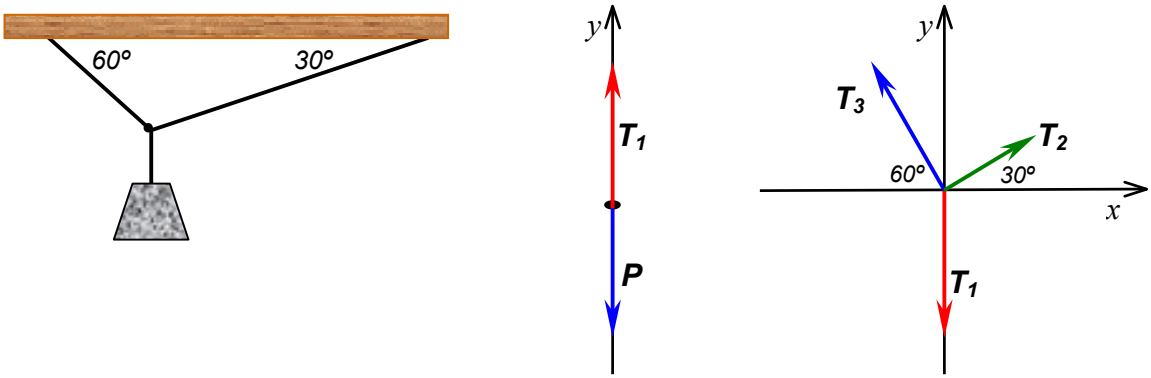
$T = P\,sen\alpha = 50 \cos 30 = 25\ N$

$N = P\cos\alpha = 50\ sen\ 30 = 43.2\ N$

Ejemplo 2. *El sistema de la figura se encuentra en equilibrio. Los cables forman ángulos de 30º y 60º con la horizontal y el bloque pesa 100 N. Calcular la tensión en los cables.*

Solución: Se hacen los diagrama de cuerpo libre y como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton.

Esquema *DCL del bloque* *DCL en el nudo*



$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del DCL del bloque y en el nudo se obtienen las ecuaciones:

bloque: *eje y:* $T_1 - P = 0$ *(1)*

nudo: *eje x:* $-T_3 \cos 60 + T_2 \cos 30 = 0$ *(2)*

eje y: $T_3 \operatorname{sen} 60 + T_2 \operatorname{sen} 30 - T_1 = 0$ *(3)*

de la primera ecuación se obtiene: $T_1 = P \Rightarrow T_1 = 100\ N$

Reemplazando en la segunda y tercera ecuación:

$$T_3 \cos 60 = T_2 \cos 30 \quad \Rightarrow \quad T_3 = T_2 \cos 30/\cos 60$$

$$T_3 \operatorname{sen} 60 + T_2 \operatorname{sen} 30 = T_1 \Rightarrow$$

$$T_2 (\cos 30/\cos 60) \operatorname{sen} 60 + T_2 \operatorname{sen} 30 = 100\ N$$

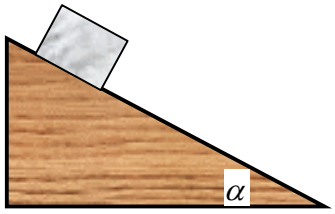
$$T_2 (\cos 30 \tan 60 + \operatorname{sen} 30) = 100\ N \Rightarrow 2T_2 = 100\ N \Rightarrow \quad T_2 = 50\ N$$

Finalmente:

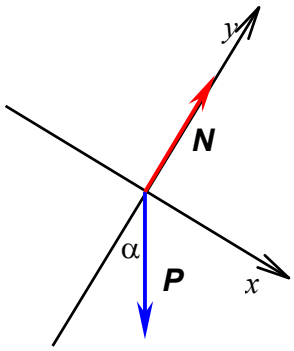
$$T_3 = 50 \cos 30/\cos 60 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 86.6\ N$$

Ejemplo 3. *Si un bloque de masa m se ubica sobre un plano sin roce, inclinado un ángulo α con la horizontal, resbalará una distancia D a lo largo del plano. Describir su movimiento.*

Esquema.



DCL de m



Solución: como el sistema esta en movimiento, se aplica la segunda Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

Las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo de masa *m* son la fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso ***P*** y la fuerza normal ***N*** del plano sobre el cuerpo.

Del diagrama de cuerpo libre, considerando que el bloque resbala en dirección del plano, o sea en dirección *x*, tiene sólo a_x y no a_y, se obtiene:

$$\text{eje } x\text{: } P\,sen\alpha = ma_x \qquad 1)$$

$$\text{eje } y\text{: } N - P\cos\alpha = ma_y = 0 \qquad 2)$$

Despejando a_x de 1) y *N* de 2), considerando que $P = mg$, se obtiene:

$$a_x = g\,sen\alpha$$

$$N = mg\cos\alpha$$

Se concluye que la aceleración del bloque en dirección del plano inclinado es la componente de *g* en esa dirección. Estudiando ahora el movimiento del blo-

que, considerando que parte del reposo y se desliza una distancia D, se puede calcular la rapidez con que llega a la base del plano. Si se considera que el movimiento del bloque comienza desde el reposo, se puede usar:

$$v^2 = v^2_o + 2a_x \Delta x$$

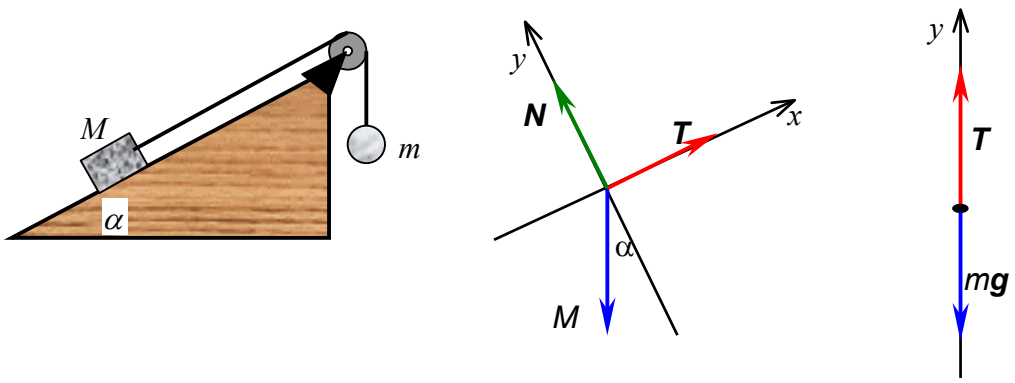
$$v^2 = 0 + 2\,(g\,sen\alpha)D \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gDsen\alpha}$$

ecuación válida solo para este caso particular. Esto completa la descripción del movimiento del bloque sobre el plano inclinado.

Ejemplo 4. *Para el siguiente sistema mecánico, calcular la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda.*

Esquema *DCL de M* *DCL de m*



Solución: La segunda Ley de Newton se aplica al *DCL* de cada masa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

Como no se conoce la dirección del movimiento, supongamos que el cuerpo de masa M sube por el plano inclinado, lo que determina el sentido de la aceleración, entonces aplicando la segunda Ley de Newton se aplica cada masa:

Para M

eje x: $T - Mg\,sen\alpha = Ma$ 1) *eje y:* $N - Mg\cos\alpha = 0$ 2)

Para m

eje y: $T - mg = -ma$ 3)

De 3) se despeja T y se reemplaza en 1):

$$T = mg - ma \quad \Rightarrow \quad mg - ma - Mg\,sen\alpha = Ma$$

$$Ma + ma = g(m - M\,sen\alpha) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m - Msen\alpha}{m + M}\,g$$

Se observa que el signo de a depende del término $m - M\,sen\alpha$. Ahora se calcula el valor de la tensión reemplazando el valor de a en T:

$$T = mg - m\left(\frac{m - Msen\alpha}{m + M}\,g\right)$$

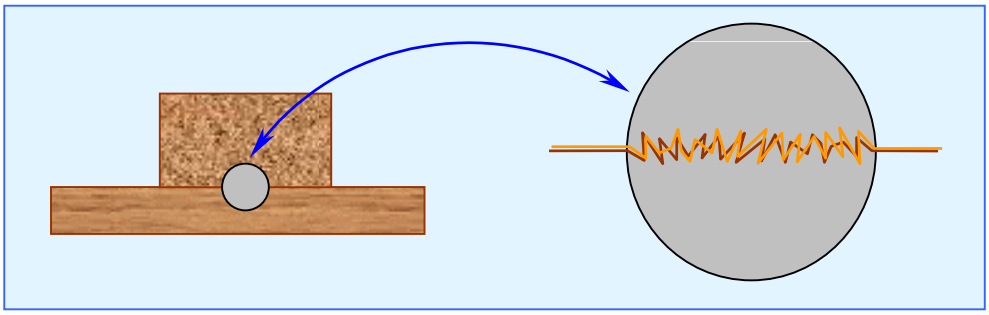
$$T = \frac{mM}{m + M}\,g(1 + sen\alpha)$$

4.7 FUERZA DE ROCE.

Cuando un cuerpo es arrojado sobre una superficie común o cuando un objeto se mueve a través de un medio viscoso como agua o aire, después de cierto tiempo se detiene, porque experimenta una resistencia a su movimiento debido a la interacción del cuerpo con el medio que lo rodea. Esa resistencia cambia la velocidad del cuerpo, por lo tanto se mide con una fuerza. Una fuerza de resistencia de esa naturaleza se llama ***fuerza de roce o de fricción***. Son muy importantes en la vida cotidiana, ya que por ejemplo nos permiten caminar y son necesarias para que se realice el movimiento de vehículos (con ruedas).

La fuerza de roce es paralela a la superficie en el punto de contacto entre dos cuerpos y tiene dirección opuesta al movimiento, nunca ayudan al movimiento. Las evidencias experimentales indican que está fuerza se produce por la irregularidad de las superficies, de modo que el contacto se realiza sólo en unos cuantos puntos, como se ve en una vista amplificada de las superficies (figura 4.3). La fuerza de roce a escala microscópica es más compleja de lo que aquí se presenta, ya que corresponde a fuerzas electrostáticas entre átomos o moléculas en los puntos donde las superficies están en contacto.

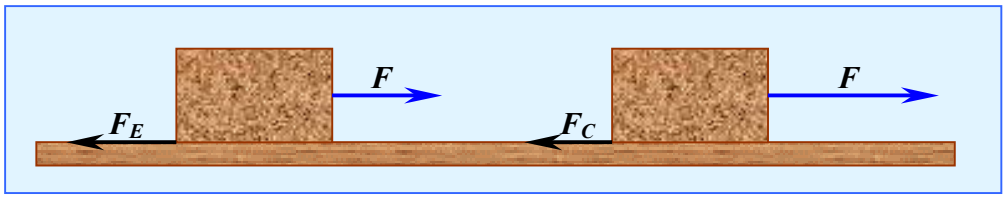
Figura 4.3



Si se tiene un bloque en reposo sobre una mesa horizontal y se aplica una pequeña fuerza $\boldsymbol{F}$ (figura 4.4), que se puede medir con un dinamómetro, el cuerpo no se moverá. En esta situación la fuerza de roce equilibra la fuerza aplicada (figura 4.4a). La fuerza de roce que actúa sobre los cuerpos en reposo se llama fuerza de roce estático, $\boldsymbol{F_E}$. La máxima fuerza de roce estática es igual a la mínima fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

Si aumenta la fuerza aplicada $\boldsymbol{F}$ (figura 4.4b) hasta que el bloque se mueve, entonces aumenta la fuerza de roce. Cuando el bloque está apunto de moverse, la fuerza de roce estático es máxima. Al aumentar la fuerza aplicada a un valor mayor que $\boldsymbol{F_{Emax}}$, entonces comienza el movimiento y el bloque acelera hacia la derecha. Cuando el bloque está en movimiento, la fuerza de roce se hace menor que la $\boldsymbol{F_{Emax}}$, en este caso se llama fuerza de roce cinética $\boldsymbol{F_C}$. La fuerza aplicada no equilibrada con la $\boldsymbol{F_C}$ produce la aceleración del cuerpo (figura 4.4b). Si la fuerza aplicada es igual a la $\boldsymbol{F_C}$ el bloque se mueve con velocidad constante. Si deja de actuar la fuerza aplicada, entonces la fuerza de roce, que continua actuando, se opone al movimiento hasta detener al bloque.

Figuras 4a y 4b.



Experimentalmente se encuentra que para dos tipos de superficies dadas, las fuerzas de roce estática y cinética son aproximadamente independientes del tamaño del área de las superficies en contacto y son proporcionales a la fuerza normal ***N***.

La ***fuerza de roce estático***, $\boldsymbol{F_E}$, es opuesta a la fuerza aplicada y la constante de proporcionalidad con la normal se llama coeficiente de roce estático, μ_E, entonces la magnitud de la fuerza de roce estático es:

$$F_E \leq \mu_E N$$

Cuando el bloque está apunto de moverse, la fuerza de roce estático es máxima, $\boldsymbol{F_{Emáx}}$, lo mismo que el coeficiente de roce es máximo, $\mu_{Emáx}$, entonces:

$$F_{Emáx} = \mu_{E\,max} N$$

La ***fuerza de roce cinético*** es opuesta al movimiento, es aproximadamente independiente de la velocidad con que se mueven las superficies, para velocidades 'pequeñas', si la velocidad aumenta hasta valores muy altos, comienza a sentirse el efecto de la fricción con el medio donde se mueve el cuerpo. La constante de proporcionalidad con la normal se llama coeficiente de roce cinético, μ_C, entonces la magnitud de la fuerza de roce cinético es:

$$F_C = \mu_C N$$

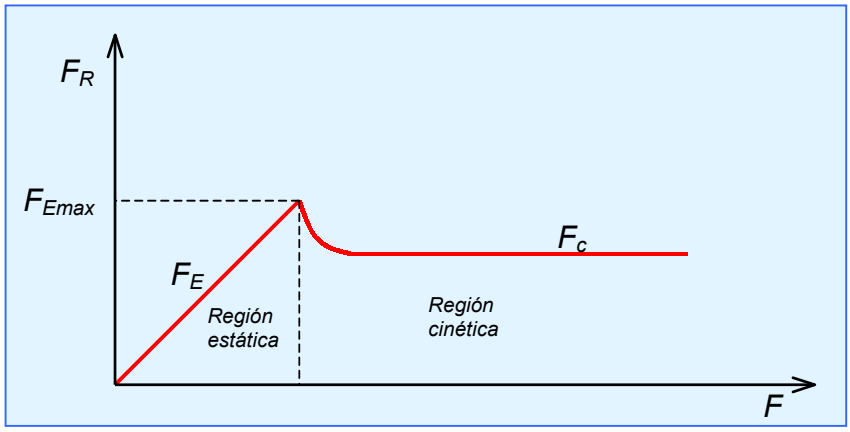
Las expresiones de $\boldsymbol{F_C}$ y $\boldsymbol{F_E}$ son empíricas, no representan leyes físicas fundamentales.

Los coeficientes de roce estático μ_E y cinético μ_C son constantes adimensionales. Sus valores dependen de la naturaleza de las superficies en contacto y en general para un par de superficies dadas $\mu_{Emáx} > \mu_C$. Algunos valores de los coeficientes de roce se dan en la siguiente tabla:

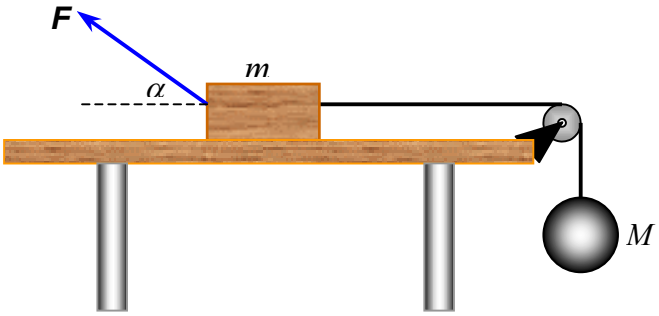
Superficies	μ_E	μ_C
Madera- madera	0.25-0.5	0.2
Acero- acero	0.74	0.57
Vidrio- vidrio	0.94	0.40
Caucho- concreto	0.15	0.06
Cobre- vidrio	0.68	0.53
Hielo- hielo	0.1	0.03
Articulaciones de los humanos	0.01	0.003

El gráfico de la magnitud de la fuerza aplicada F versus la fuerza de roce se muestra en la figura 4.5. Cuando el cuerpo no está en movimiento, la fuerza de roce estático se equilibra con la fuerza aplicada, hasta que el bloque esta a punto de moverse, donde la fuerza $\boldsymbol{F_E}$ alcanza su valor máximo. Luego que comienza el movimiento del bloque, surge la fuerza de roce cinético $\boldsymbol{F_C}$, que disminuye rápidamente a un valor constante menor que la roce estático máxima $\boldsymbol{F_{Emáx}}$, independientemente del valor de la fuerza aplicada.

Figura 4.5



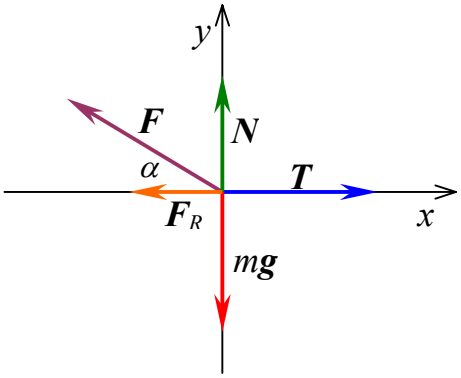
***Ejemplo 5**. En el siguiente sistema mecánico, se aplica una fuerza **F** inclinada un ángulo α sobre el cuerpo de masa m, ubicado sobre la superficie horizontal con coeficiente de roce μ. La polea por donde cuelga otro bloque de masa M no tiene roce y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración y la tensión de la cuerda.*



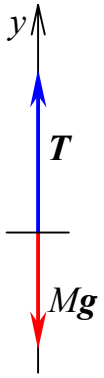
Solución: se hacen los DCL y se aplica la segunda ley de Newton, suponiendo que el cuerpo de masa *M* desciende y tira a *m* hacia la derecha, lo que define el sentido de la aceleración.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

DCL de m



DCL de M



Aplicando la ecuación anterior a cada cuerpo, en cada dirección *x* e *y*:

Para *m*

eje x: $T - F\cos\alpha - F_R = ma$ *1)*

eje y: $N + F\mathrm{sen}\alpha - mg = 0$ *2)*

Para *M*

eje y: $T - Mg = -Ma$ *3)*

Además se sabe que por definición, la fuerza de roce es: $F_R = \mu N$.

De 2) se despeja N y se reemplaza en F_R:

$$N = mg - F sen\alpha \quad \Rightarrow \quad F_R = \mu(mg - F sen\alpha) \qquad 4)$$

De 3) se despeja T: $\quad T = Mg - Ma \qquad 5)$

Ahora 4) y 5) se reemplazan en 1), lo que permite despejar la aceleración

$$Mg - Ma - F\cos\alpha - \mu(mg - F sen\alpha) = ma \Rightarrow$$

$$a = \frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu sen\alpha)}{M + m}$$

y la tensión T

$$T = Mg - M\frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu sen\alpha)}{M + m}$$

4.8 FUERZA CENTRÍPETA.

Una partícula que se mueve sobre una trayectoria circular de radio R con rapidez constante, se encuentra sometida a una aceleración radial de magnitud v^2/R. Por la segunda ley de Newton, sobre la partícula actúa una fuerza en la dirección de ***a***, hacia el centro de la circunferencia, cuya magnitud es:

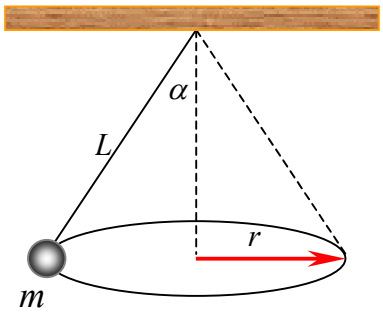
$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R}$$

Por ser proporcional a la aceleración centrípeta, la fuerza F_c se llama ***fuerza centrípeta***. Su efecto es cambiar la dirección de la velocidad de un cuerpo. Se puede sentir esta fuerza cuando se hace girar a un objeto atado a una cuerda, ya que se nota el tirón del objeto. Las fuerzas centrípetas no son diferentes de

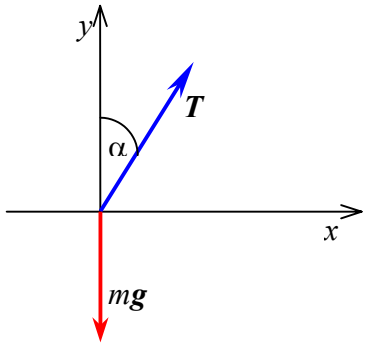
otras fuerzas ya conocidas, su nombre se debe a que apunta hacia el centro de una trayectoria circunferencial. Cualquiera de las fuerzas ya conocida pueden actuar como fuerza centrípeta si producen el efecto correspondiente, como ser la tensión de una cuerda, una fuerza de roce, alguna componente de la normal, la fuerza gravitacional en el caso de movimientos de planetas y satélites, etc.

Ejemplo 6: *Un cuerpo de masa m, sujeto al extremo de una cuerda de longitud L, que describe una trayectoria circular en el plano horizontal, genera una superficie cónica, por lo que se llama péndulo cónico. Determinar la rapidez y el período de revolución de la masa.*

Esquema



DCL de m



Solución: La partícula está sometida a una aceleración centrípeta, y la *fuerza centrípeta* correspondiente está dada por la componente de la tensión de la cuerda en dirección radial hacia el centro de la circunferencia. De la segunda Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

eje x: $T\,sen\alpha = ma = m\,v^2/r$

eje y: $T\cos\alpha - mg = 0$

Despejando T del eje y y reemplazando en el eje x,

$$\frac{mg}{cos\,\alpha} sen\alpha = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$tan\,\alpha = \frac{v^2}{rg}$$

De la geometría de la figura, $r = L\ sen\alpha$, reemplazando se obtiene la rapidez de m:

$$v^2 = gLsen\alpha(tan\,\alpha) \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{gLsen\alpha(tan\,\alpha)}$$

Para calcular el periodo T, esto es el tiempo que demora en dar una vuelta, se sabe que $\Delta x = v\Delta t$, con $\Delta x = 2\pi\, r$, entonces:

$$\Delta t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi Lsen\alpha}{\sqrt{Lgsen\alpha(tan\,\alpha)}} \Rightarrow$$

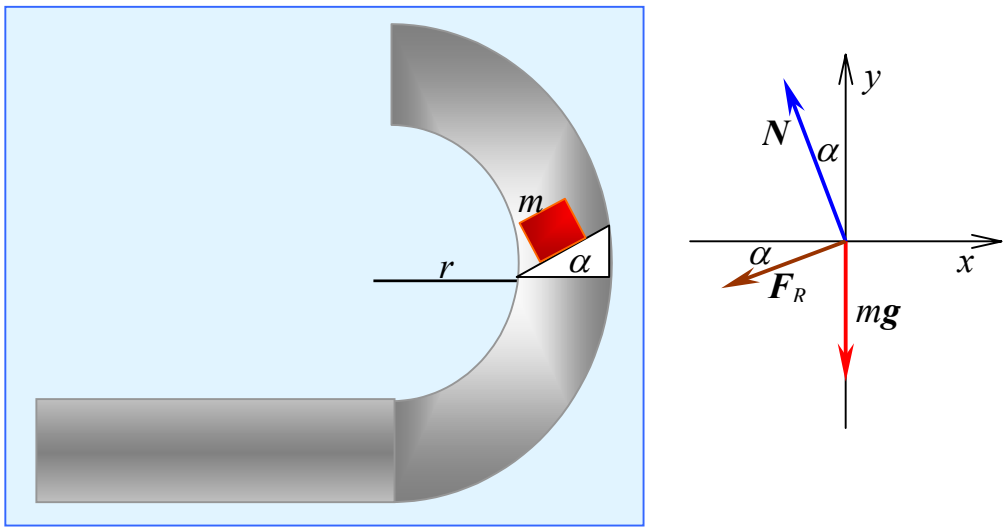
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\,cos\,\alpha}{g}}$$

4.8.1 La descripción del peralte.

Para un cuerpo como un vehículo o un vagón de tren que se mueven describiendo una trayectoria curva de radio r, sobre el vehículo debe actuar una *fuerza centrípeta* para evitar que continúe moviéndose en línea recta y se salga de la pista; esta es la fuerza para hacer que el vehículo gire por la pista curva. La fuerza centrípeta necesaria la da el roce de los neumáticos o las pestañas de las ruedas del tren. Para no tener que confiar en el roce o reducir el desgaste de los rieles y pestañas, la carretera o la vía pueden inclinarse, como en la figura 4.7a. En este caso la componente de la normal dirigida hacia el centro de

curvatura proporciona la fuerza necesaria para mantener al móvil en la pista. A la inclinación de la pista o vía se le llama ángulo de ***peralte,*** α**.**

Figura 4.7 a) *b)*



Para una pista curva de radio *r,* con ángulo de peralte α, para la que se considera la fuerza de roce F_R, la fuerza centrípeta corresponde a las componentes de la normal y de la fuerza de roce hacia el centro de curvatura de la pista. Son estas componentes las que producen la aceleración centrípeta que mantiene al vehículo de masa *m* sobre la pista. Del diagrama de cuerpo libre de la figura 4.7b, se puede calcular la fuerza de roce necesaria para que el vehículo no se salga de la pista, por la segunda ley de Newton, se obtiene:

$$x: -N sen\alpha - F_R \cos\alpha = -m\frac{v^2}{r} \quad / \cos\alpha$$

$$y: N\cos\alpha - F_R sen\alpha - mg = 0 \quad / sen\alpha$$

$$\Rightarrow F_R = m\left(\frac{v^2}{r}\cos\alpha - g sen\alpha\right)$$

Casos particulares.

a) Si no se considera el roce, la $F_R = 0$ y la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{v^2}{r}\cos\alpha - g\,sen\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^2}{rg}$$

Se observa que el ángulo de peralte α depende de la rapidez y del radio de la trayectoria curva y es independiente de la masa del vehículo. Para un cierto valor del radio, no existe un ángulo que satisfaga la ecuación para todas las rapideces, por lo tanto las curvas se peraltan para una rapidez media. Por ejemplo, si *v = 72 km/hr = 20 m/s,* y *r = 100 m,* se obtiene

$$\alpha = \arctan\left(\frac{20^2}{100\times 9.8}\right) = 22.2^o$$

b) Para el caso en que la curva o vía no tiene peralte, α = 0, la expresión para F_R se reduce a

$$F_R = m\frac{v^2}{r}$$

La rapidez máxima que puede tener el móvil al girar sobre una carretera o vía sin peralte, corresponde a aquella en la cual está a punto de resbalar hacia afuera, en este caso debe actuar la $F_{Rmáx}$ para obtener la rapidez máxima, que no se debe superar para que el vehículo no se salga de la pista:

$$F_{R\,max} = \mu_{E\,max}N = \mu_{E\,max}mg \Rightarrow$$

$$\mu_{E\,max}mg = m\frac{v^2{}_{max}}{r} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_{E\,max}rg}$$

PROBLEMAS SELECTOS.

1. El libro de Física I, está apoyado en el extremo superior de un resorte vertical, que a su vez esta 'parado' sobre una mesa. Para cada componente del sistema libro-resorte-mesa-tierra: a) dibujar el diagrama de cuerpo libre, b) identificar todos los pares de fuerzas de acción y reacción.

2. De acuerdo con la leyenda, un caballo aprendió las leyes de Newton. Cuando se le dijo que tirara una carreta, se negó argumentando que si él tiraba la carreta hacia delante, de acuerdo con la tercera ley de Newton habría una fuerza igual hacia atrás. De esta manera, las fuerzas estarían balanceadas y de acuerdo con la segunda ley de Newton, la carreta no aceleraría. ¿Cómo podría usted razonar con este misterioso caballo?

3. Dos alumnos de forestal ubicados en los bordes opuestos de un camino recto tiran a un carro por el camino, con fuerzas de *160 N* y *200 N*, que forman un ángulo de 30º y 60º respectivamente, con la dirección del camino. a) Calcular la magnitud de la fuerza resultante y la dirección en la que se moverá el carro. b) Calcular la fuerza necesaria para que el carro se mueva en la dirección del camino. R: a) 256.1N, -21.3º, b) F_2=128N.

4. Una masa de *5kg* cuelga de una cuerda de *1m* de longitud que se encuentra sujeta a un techo. Calcular la fuerza horizontal que aplicada a la masa la desvíe *30 cm* de la vertical y la mantenga en esa posición. R: 15.7 N.

5. Tres fuerzas $\boldsymbol{F}_1 = (-2i + 2j)N$, $\boldsymbol{F}_2 = (5i - 3j)N$, y $\boldsymbol{F}_3 = (-45i)N$ que actúan sobre un objeto le producen una aceleración de valor 3 m/s^2. a) ¿Cuál es la dirección de la aceleración? b) Cuál es la masa del objeto? c) Si el objeto esta inicialmente en reposo, calcular su velocidad después de 10s?

6. Una mano ejerce una fuerza horizontal de *5 N* para mover hacia la derecha a dos bloques en contacto entre sí uno al lado del otro, sobre una superficie horizontal sin roce. El bloque de la izquierda tiene una masa de *2 kg* y el de la derecha de *1 kg*. a) Dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. Calcular: b) la aceleración del sistema, c) la aceleración y fuerza sobre el bloque de *1 kg*, d) la fuerza neta actuando sobre cada cuerpo. R: b) 5/3 m/s^2, c) 5/3 m/s^2, 5N, d) 5 N.

7. Una fuerza **F** aplicada a un objeto de masa m_1 produce una aceleración de $3\ m/s^2$. La misma fuerza aplicada a una masa m_2 produce una aceleración $1\ m/s^2$. a) ¿Cuál es el valor de la proporción m_1/m_2? b) Si se combinan m_1 y m_2 , encuentre su aceleración bajo la acción de **F.** R: a) 1/3, b) 0.75 m/s^2.

8. La velocidad promedio de una molécula de nitrógeno en el aire es cercana a $6.7x10^2 m/s$ y su masa aproximadamente de $4.68x10^{-26} kg$. a) Si se requieren $3x10^{-13} s$ para que una molécula de nitrógeno golpee una pared y rebote con la misma rapidez pero en dirección opuesta, calcular la aceleración promedio de la molécula durante ese intervalo de tiempo. b) ¿Qué fuerza promedio ejerce la molécula sobre la pared? R: a) $4.5e^{15} m/s^2$, b) $2.1e^{-10}\ N$.

9. Dos bloques de masas *M* y *3M* ubicado a la derecha de *M*, que están sobre una mesa horizontal lisa se unen entre sí con una varilla de alambre horizontal, de masa despreciable. Una fuerza horizontal de magnitud *2Mg* se aplica sobre *M* hacia la izquierda. a) Hacer los diagrama de cuerpo libre. b) Calcular la aceleración del sistema. c) Calcular la tensión del alambre. R: b) 5 m/s^2, c) 15*M N*.

10. Pepe anda esquiando, cuando en algún momento sube *5 m* deslizándose por la pendiente de un cerrito nevado en sus esquíes, saliendo desde la cima ubicada a *3 m* de altura respecto a la horizontal, con una rapidez de *10 m/s*. El coeficiente de roce entre la nieve y los esquíes es 0.1. a) Calcular la rapidez con la cual el esquiador comienza a subir la pendiente. b) Determine la distancia horizontal que vuela Pepe cuando sale de la punta del cerro. R: a) 13 m/s, b) 16.6 m.

11. Dos bloques de masas *1* y *2 kg* (figura 1) cuelgan de los extremos de una cuerda ligera y flexible que pasa por una polea sin roce, sujeta al techo; el sistema se llama máquina de Atwood. Si en el instante inicial los cuerpos se encuentran en reposo y a *1* y *2* m respectivamente del suelo, a) dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Escribir las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo. c) Determinar la posición y la velocidad de cada cuerpo un segundo después de empezar a moverse. d) Calcular el valor de la tensión de la cuerda cuando el sistema está en movimiento.

12. El bloque de masa *m* de la figura 2 parte del reposo, deslizándose desde la parte superior del plano inclinado 30º con la horizontal. El coeficiente de roce cinético es 0.3. a) Calcular la aceleración del bloque mientras se mue-

mueve sobre el plano. b) Calcular la longitud del plano si el bloque sale con una rapidez de *5 m/s*. c) Si el bloque cae al suelo a una distancia horizontal de *3 m* desde el borde del plano, determine el tiempo total del movimiento. R: a) 2.4 m/s^2, b) 5.2 m, c) 2.8 s.

13. En el sistema de la figura 3, se aplica una fuerza **F** sobre *m*. El coeficiente de roce es μ entre cada cuerpo y los planos. Deducir la expresión de la magnitud de **F** para que el sistema se mueva: a) con rapidez constante, b) con aceleración *a* constante. R: b) $Mg(\mu\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha)+\mu mg+a(m+M)$.

14. En el sistema de la figura 4, la fuerza ***F*** paralela al plano inclinado empuja al bloque de masa *m* haciéndolo subir una distancia *D* sobre el plano, de coeficiente de roce μ. Calcular en función de *m, F, g, D,* μ y α, la aceleración del bloque.

Figura 1

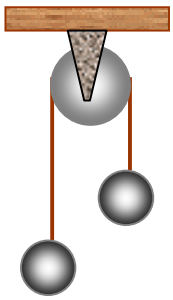


Figura 2

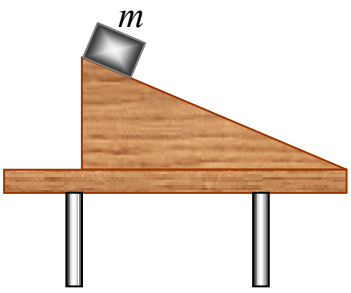


Figura 3

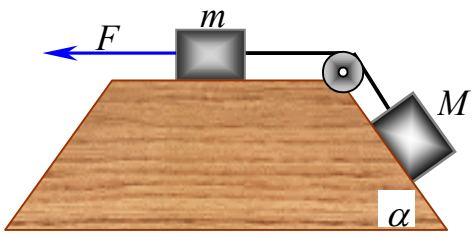


Figura 4

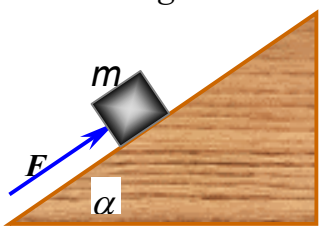


Figura 5

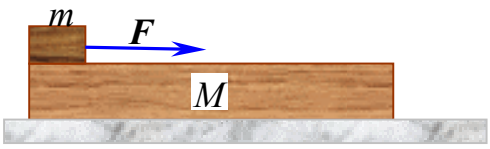
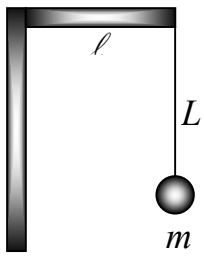


Figura 6



15. Una fuerza **F** se aplica a un pequeño bloque de masa *m* para hacerlo moverse a lo largo de la parte superior de un bloque de masa *M* y largo *L*. El coeficiente de roce es μ entre los bloques. El bloque *M* desliza sin roce en la superficie horizontal. Los bloques parten del reposo con el pequeño en un extremo del grande, como se ve en la figura 5. a) Calcular la acelera-

ción de cada bloque relativa a la superficie horizontal. b) Calcular el tiempo que el bloque *m* demora en llegar al otro extremo de *M*, en función de *L* y las aceleraciones. R: a) $(F-\mu mg)/m$, $\mu mg/(m+M)$, b) $(2L/(a_1-a_2))^{1/2}$.

16. En el sistema de la figura 6, el brazo del péndulo es de longitud ℓ y la cuerda de largo *L*. a) Calcular la rapidez tangencial para que el sistema gire en torno al eje de rotación que pasa por la barra vertical, de modo que la cuerda que sostiene a la masa *m* forme un ángulo de 30º con la vertical. b) Calcular la tensión de la cuerda. c) Si el sistema da una vuelta en 30 s, determinar el ángulo que forma la cuerda con la vertical.
R: a) $((l+Lsen\alpha)\ gtan\alpha)^{1/2}$, b) $mg/cos\alpha$.

17. Para que un satélite tenga una órbita circular con rapidez constante, su aceleración centrípeta debe ser inversamente proporcional al cuadrado del radio *r* de la órbita. a) Demuestre que la rapidez tangencial del satélite es proporcional a $r^{-1/2}$. b) Demuestre que el tiempo necesario para completar una órbita es proporcional a $r^{3/2}$.

18. Un bloque de masa *M* se ubica sobre un pequeño plano inclinado un ángulo α sin roce, que tiene su extremo inferior fijo a un eje vertical que puede girar. En algún momento el eje gira con el plano con rapidez constante. Demostrar que si la masa asciende desde la base del plano, su rapidez cuando ha subido una distancia *L* es $v=\sqrt{gLsen\alpha}$.

PROBLEMAS VARIOS.

19. Una fuerza dependiente del tiempo, $\boldsymbol{F} = (8i - 4tj)\ N$ (donde *t* está en segundos), se aplica a un objeto de *2 kg* inicialmente en reposo. a) ¿En qué tiempo el objeto se moverá con una velocidad de 15 *m/s*? b) ¿A qué distancia está de su posición inicial cuando su velocidad es 15 *m/s*? c) ¿Cuál es la posición del objeto en este tiempo? R: a) 3s, b) 20.1m, c) 18i-9j m

20. Una araña de 2×10^{-4} kg está suspendida de una hebra delgada de telaraña. La tensión máxima que soporta la hebra antes de romperse es 2.1×10^{-3} N. ¿Cuál es la aceleración máxima con la cual la araña puede subir por la hebra con toda seguridad? R: $0.5 m/s^2$.

21. Los instrumentos de un globo meteorológico tienen una masa de 1 kg. a) El globo se suelta y ejerce una fuerza hacia arriba de 5 N sobre los instrumentos. ¿Cuál es la aceleración del globo y de los instrumentos? b) Después de que el globo ha acelerado durante 10 segundos, los instrumentos se sueltan. ¿Cuál es velocidad de los instrumentos en el momento en que se sueltan? c) ¿cuál es la fuerza neta que actúa sobre los instrumentos después de que se sueltan? d) ¿En qué momento la dirección de su velocidad comienza a ser hacia abajo?

22. Sobre el planeta X un objeto pesa 12 N. En el planeta Y, donde la magnitud de la aceleración de caída libre es 1.6*g*, el objeto pesa 27 N. ¿Cuál es la masa del objeto y cuál es la aceleración de caída libre en el planeta X? R: 1.7 kg, 7m/s^2.

23. Calcular la tensión en cada una de las cuerdas en los sistemas que se muestran en las figuras 7, 8 y 9. Las masas son de *m* kg y la inclinación de los planos es α grados. Hacer todas las suposiciones necesarias.

Figura 7

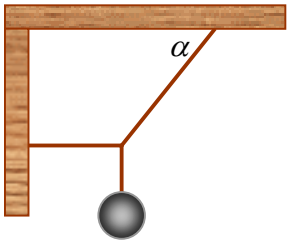


Figura 8

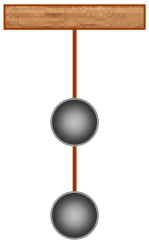
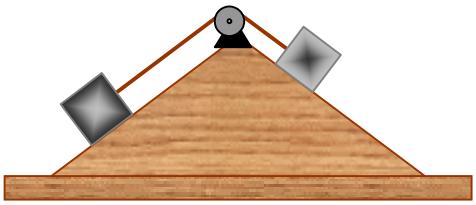


Figura 9



24. Dos bloques de 1 y 2 kg, ubicados sobre planos lisos inclinados en 30º, se conectan por una cuerda ligera que pasa por una polea sin roce, como se muestra en la figura 9. Calcular: a) la aceleración de cada bloque, b) la tensión en la cuerda.

25. Respecto al problema anterior, si la aceleración cuando los planos son rugosos fuera ½ de la calculada en ese problema, calcular: a) el coeficiente de roce, b) la tensión en la cuerda.

26. Un trineo de 50 kg de masa se empuja a lo largo de una superficie plana cubierta de nieve. El coeficiente de rozamiento estático es 0.3, y el coefi-

ciente de rozamiento cinético es 0.1. a) ¿Cuál es el peso del trineo? b) ¿Qué fuerza se requiere para que el trineo comience a moverse? c) ¿Qué fuerza se requiere para que el trineo se mueva con velocidad constante? d) Una vez en movimiento, ¿qué fuerza total debe aplicársele al trineo para acelerarlo a *3 m/s*^{2}?

27. La masa m_1 sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a la masa m_2 por medio de una polea móvil y una polea fija sin masas (figura 10). a) Si a_1 y a_2 son magnitudes de las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, determinar una relación entre estas aceleraciones. Determinar expresiones para: b) las tensiones en las cuerdas, y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en función de m_1, m_2 y g.

28. Calcular la fuerza ***F*** que debe aplicarse sobre un bloque *A* de *20 kg* para evitar que el bloque *B* de *2 kg* caiga (figura 11). El coeficiente de fricción estático entre los bloques A y B es 0.5, y la superficie horizontal no presenta fricción.

Figura 10

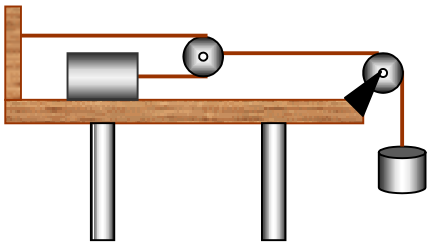
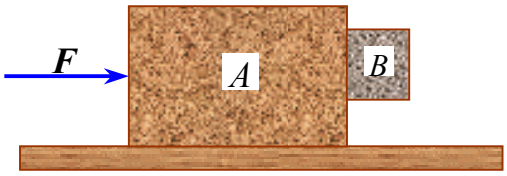


Figura 11



29. Demuestre que la rapidez máxima que un móvil puede tener en una carretera sin peralte es $v_{max} = \sqrt{\mu R g}$, donde μ es el coeficiente de roce y R el radio de la curva.

30. Calcular el ángulo de peralte de una carretera en una curva de radio *150 m*, para que un camión de 15 toneladas pueda girar con una rapidez de *70 km/hr*, sobre un pavimento cubierto de escarcha. R: 14º