CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

1.1 INTRODUCCION.

Los adelantos de la ciencia han provocado muchos cambios en el mundo. Por ejemplo, desde Aristóteles en el 350 AC y hasta hace 500 años se creía que la Tierra era plana y que estaba en el centro del universo, hace 70 años no se conocía la televisión, los aviones jet ni la forma de prevenir las picaduras dentales, hace pocos años se descubrió la clonación de seres vivos, recientemente se descifró el código del genoma humano (dicen que Dios esta hecho un diablo por esto). La ciencia no es nueva, data de la prehistoria. El ser humano ha estado sobre la Tierra desde hace 100 mil años y desde entonces ha empezado a hacer ciencia. Por ejemplo en el comienzo se descubrieron las primeras regularidades y relaciones en la naturaleza. Una de las regularidades era la forma de los patrones de las estrellas que aparecían en el cielo nocturno. Otra evidente era el ciclo del clima a lo largo del año, distinguiéndose claramente el comienzo de la temporada de lluvias o la de calor. La gente aprendió a usar estos ciclos para hacer predicciones y surgieron los primeros pronósticos del tiempo. De este modo fueron aprendiendo mas y mas acerca del comportamiento de la naturaleza. Todos estos conocimientos forman parte de la ciencia, pero la parte principal esta formada por los métodos que se usan para adquirir esos conocimientos. La ciencia es una actividad humana, formada por un conjunto de conocimientos.

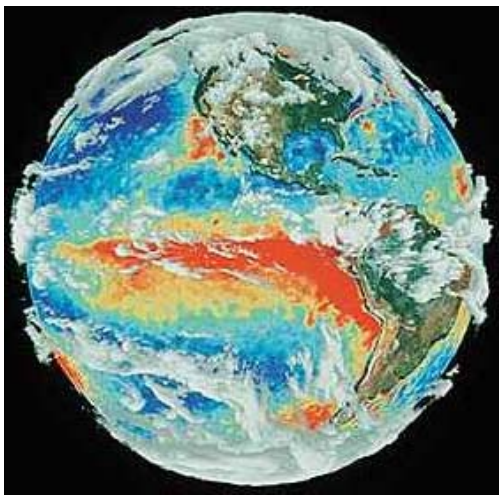
La ciencia es el equivalente contemporáneo de lo que se llamaba filosofía natural. La filosofía natural era el estudio de las preguntas acerca de la naturaleza que aún no tenían respuesta. A medida que se iban encontrando esas respuestas, pasaban a formar parte de lo que hoy llamamos ciencia. La ciencia hizo sus mayores progresos en el siglo XVI, cuando se descubrió que era posible describir la naturaleza por medio de las matemáticas. Cuando se expresan las ideas de la ciencia en términos matemáticos no hay ambigüedad, es mas fácil verificarlos o refutarlos por medio del experimento. La ciencia contemporánea se divide en el estudio de los seres vivos y el estudio de los objetos sin vida, es decir, en ciencias de la vida y en ciencias físicas. Las ciencias de la vida se dividen en áreas como la biología, zoología y la botánica. Las ciencias físicas se dividen en áreas como la física, geología, astronomía y química.

La física es mas que una rama de las ciencias físicas: es la más fundamental de las ciencias. Estudia la naturaleza de realidades básicas como el movimiento, las fuerzas, energía, materia, calor, sonido, luz y el interior de los átomos. La química estudia la manera en que esta integrada la materia, la manera en que los átomos se combinan para formar moléculas y la manera en que las moléculas se combinan para formar los diversos tipos de materia que nos rodea. La biología es aún mas compleja, pues trata de la materia viva. Así, tras la biología esta la química y tras la química esta la física. Las ideas de la física se extienden a estas ciencias mas complicadas, por eso la física es la mas fundamental de las ciencias. Podemos entender mejor la ciencia en general si antes entendemos algo de física ¡es lo que vamos a prender en este curso!

El entender la naturaleza se busca por diferentes formas: la ciencia, el arte, la religión, cuyas orígenes datan de miles de años. Estas formas son distintas, pero sus dominios se traslapan. La ciencia investiga los fenómenos naturales y el arte es la creación de los objetos o eventos que estimulan los sentidos, pero ambas son comparables debido a que son esfuerzos que muestran como son las cosas y cuales son posibles. Por otra parte, los objetivos de la ciencia y la religión son diferentes, ya que esta última se ocupa del propósito de la naturaleza. Las creencias y ceremonias religiosas generan convivencia humana, sin ocuparse directamente de los métodos de la ciencia. En este sentido son diferentes, como las manzanas con las peras, pero no se contradicen, son complementarias, de manera que no es necesario elegir entre ambas, se pueden adoptar ambas, entendiendo que tratan aspectos distintos de la experiencia humana. Una persona realmente culta posee conocimientos tanto de la religión, como del arte y de la ciencia.

En este capítulo se da una breve explicación de algunas definiciones de conceptos usados en el curso. Se hace una descripción de los sistemas de unidades de medida, de las magnitudes físicas fundamentales y derivadas, se definen los múltiplos, submúltiplos y los prefijos. Se hace notar la necesidad de expresar los valores numéricos de las magnitudes en ciencias en notación científica, se explica como expresar los valores numéricos dando sólo su orden de magnitud o haciendo una estimación de su valor. Se dan reglas de análisis dimensional, lo que proporciona un método para determinar la forma funcional de las leyes físicas y permite verificar si está bien planteada. Se definen los sistemas de referencias y de coordenadas y finalmente se hace un breve repaso del álgebra vectorial y se presentan algunos ejemplos básicos.

La siguiente figura tal vez la conozcan: es una imagen de nuestra Tierra, sobre la cual haremos la mayoría de las aplicaciones de este curso. Los colores sobre los océanos representan los valores de la temperatura de la superficie del mar, siendo mayores los tonos en rojo y menores los tonos en azul. En la imagen se observa claramente la presencia del fenómeno de El Niño en el Pacifico sur. Se representa también un esquema de las nubes en la atmósfera con tonos de color gris claro. En Chile se observa un frente ubicado entre la novena y décima regiones. Este es nuestro planeta, al que le estamos dando un muy mal trato, con todos los desperdicios y contaminantes que estamos arrojando a los ríos, lagos, océanos, tierra y atmósfera. No olvidemos que los recursos de nuestra Tierra son finitos y no renovables, por lo que a nosotros nos corresponde cuidar estos recursos, para dejarlos de la mejor forma a las futuras generaciones, que también querrán vivir en un ambiente limpio. Las mediciones ya indican que la humanidad está consumiendo los recursos de la Tierra mas rápidamente de lo que esta es capaz de renovarlos, por lo que es clara la tendencia a que los recursos naturales se agoten. Lo peor de todo es que la distribución de los recursos no es equitativa, ya que una minoría de empresas y países mas ricos se enriquecen mas y la mayor parte de la población mundial se empobrece mas, incluyendo un importante porcentaje de la población que nada tiene. Lo más que podemos hacer nosotros como profesionales y habitantes de la Tierra, es crear conciencia para no seguir dañando nuestro ambiente, que nos permite la vida. Evitemos que el ser humano evolucione rápidamente a una nueva especie *Homo Furioso* que al final de este siglo se pregunte '¿en que pensarían esos prehistóricos *Homo Sapiens* de principios de siglo que nos dejaron el planeta en estas lamentables condiciones?'.



1.2 DEFINICIONES.

En esta sección se dan las definiciones de algunos términos usados en ciencias y de temas relacionados, que usaremos durante el curso, sin pretender profundizar en el contenido teórico del concepto definido.

Física:

es una ciencia fundamental que estudia y describe el comportamiento de los fenómenos naturales que ocurren en nuestro universo. Es una ciencia basada en observaciones experimentales y en mediciones. Su objetivo es desarrollar teorías físicas basadas en leyes fundamentales, que permitan describir el mayor número posible de fenómenos naturales con el menor número posible de leyes físicas. Estas leyes físicas se expresan en lenguaje matemático, por lo que para entender sin inconvenientes el tratamiento del formalismo teórico de los fenómenos físicos se debe tener una apropiada formación en matemáticas, en este curso basta un nivel básico de matemáticas.

Teoría científica: Síntesis de una gran cantidad de información que abarca diversas hipótesis probadas y verificables de ciertos aspectos del mundo natural. Ningún experimento resulta aceptable a menos que sea reproducible, es decir que produzca un resultado idéntico independientemente de cuando, donde y por quien sea realizado. Los resultados de los distintos experimentos se reúnen para formar una teoría. Una teoría es la síntesis de todas las observaciones realizadas en los experimentos, que debería hacer posible predecir el resultado de nuevos experimentos antes de que se realicen. Pero no se debe esperar que una teoría explique ciertos fenómenos de una vez por todas, sino mas bien los coordine dentro de un conjunto sistemático de conocimientos. La validez de una teoría puede probarse únicamente con el experimento.

Una teoría científica no debe contener elemento alguno metafísico o mitológico, se deben eliminar los mitos y prejuicios. Hoy en día se debe tener especial cuidado, puesto que nuestro mitos contemporáneos gustan de ataviarse con ropajes científicos, pretendiendo con ello alcanzar gran respetabilidad. Los charlatanes siempre buscan mencionar el nombre de algún gran científico en un intento por hacer creíbles sus charlatanerías.

Mecánica. Es una rama de la física. Su objetivo es describir (con la cinemática) y explicar (con la dinámica) el movimiento de los cuerpos.

Cinemática. Describe el movimiento de los cuerpos sin preocuparse de las causas que lo producen.

Dinámica. Describe el movimiento de los cuerpos considerando las causas que lo producen, y las causas del movimiento son las fuerzas.

Hipótesis: Suposición bien fundamentada, considerada como un ***hecho*** cuando se demuestra experimentalmente.

Hecho: Acuerdo entre observadores competentes sobre una serie de observaciones de un fenómeno particular.

Ley: Comprobación de una hipótesis sin ninguna contradicción. Una ley física se considera como tal cuando todos los experimentos obedecen esa ley, si en algún caso no se cumple, deja de ser ley física. ¿Son las leyes terrestres válidas en todo el Universo? Hay que usarlas y después evaluar su resultado. No se debe pretender buscar una nueva ley para explicar algún fenómeno en el cual las leyes ya existentes no parecen encajar satisfactoriamente, porque esto conduce al caos lógico. Aunque se debe estar dispuesto a aceptar nuevas leyes naturales si su adopción demuestra ser necesaria.

Ciencia: Método para dar respuestas a preguntas teóricas. La ciencia descubre hechos y formula teorías.

Tecnología: Método para resolver problemas prácticos, usa técnicas y procedimientos para aplicar los descubrimientos de la ciencia.

Modelo: Concepto introducido por los científicos para ayudarse a visualizar posibles procesos dentro de un sistema físico. Un modelo se usa para representar la realidad física y debe tener en cuenta dos aspectos conflictivos entre sí: a) tiene que ser lo bastante simple para como para ser elaborado con métodos matemáticamente rigurosos, b) debe ser realista para que los resultados obtenidos sean aplicables al problema considerado. La sencillez del modelo, su belleza matemática, es incompatible con la fidelidad al problema real. Lo bello raramente es fiel y lo fiel raramente es bello.

Matemáticas: Es el lenguaje de las ciencias, es lo que establece una conexión entre la teoría y el experimento. Las leyes Físicas se expresan en lenguaje matemático, en general de nivel muy avanzado.

Religión: Se ocupa del propósito de la naturaleza, no se preocupa por usar los métodos de la ciencia, tiene que ver con la Fe y la adoración de un ser supremo, que es Dios. Ciencia y religión no son contradictorias, son complementarias. No es necesario elegir entre ambas, se pueden adoptar las dos.

1.3 EL MÉTODO CIENTÍFICO.

Es un método efectivo para adquirir, organizar y aplicar nuevos conocimientos. Su principal fundador fue Galileo (1564-1642). Consta de los siguientes pasos.

1. Identificar el problema.
2. Plantear una hipótesis acerca de la posible respuesta.
3. Predecir las consecuencias de la hipótesis
4. Experimentar para comprobar las predicciones.
5. Formular una regla o ley física mas simple, que organice los conceptos principales: hipótesis, predicción y resultados.

Este método no siempre ha sido la clave de los descubrimientos, en muchos casos gran parte del progreso de la ciencia se ha debido a resultados obtenidos por error o por casualidad.

1.4 SISTEMAS DE MAGNITUDES Y UNIDADES.

Medir una magnitud consiste en compararla con una cantidad arbitraria fija de la magnitud. Una medición se expresa con un número seguida de un símbolo de la unidad usada. Existen medidas directas e indirectas, por ejemplo el largo y el ancho de una sala son medidas directas, pero la superficie de la sala es una medida indirecta. Gran parte de la Física tiene que ver con la medida de cantidades físicas tales como distancia, tiempo, volumen, masa, temperatura, etc. Las leyes Físicas se expresan en términos de cantidades básicas que requieren una definición clara, llamadas ***magnitudes físicas fundamentales***. En mecánica las magnitudes físicas fundamentales son tres: longitud, tiempo y

masa. Se llaman magnitudes físicas fundamentales porque están definidas en forma independiente de cualquier otra magnitud física.

Para que sean útiles deben ser invariables y reproducibles y se debe definir una unidad de medida única para la magnitud física, llamada patrón de medida. El ***Sistema Internacional*** (SI) de unidades determina el conjunto de patrones de medida. En este sistema, las unidades de medida de las magnitudes fundamentales en Mecánica, son la que se dan en la tabla 1.1. Este se conoce también como el sistema MKS (abreviaturas de metro, kilogramo y segundo). También existe el sistema CGS cuyas unidades de medida son el centímetro, gramo y segundo, y el sistema inglés de ingeniería, que es extremadamente confuso, por lo que no lo usaremos en este curso. El SI es el que se usa mayoritariamente en todas las áreas de las ciencias.

TABLA 1.1

Magnitud Física	Unidad de medida	Símbolo
Longitud	Metro	m
Tiempo	Segundo	s
Masa	Kilogramo	kg

La definición operacional actual de las magnitudes físicas fundamentales se da a continuación.

Longitud.

Se han desarrollado muchos sistemas de medición de longitud, pero se han abandonado por razones de precisión. Desde 1983, la unidad de longitud, el ***metro,*** se define como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un tiempo de 1/299792458 segundos. De paso esta definición establece que la rapidez de la luz en el vacío es de 299 792 458 m/s.

Tiempo.

En 1967 se definió el ***segundo*** como unidad de tiempo igual a 9 192 631 770 periodos de la radiación de átomos de cesio 133. Con un reloj atómico de ce-

sio, se puede medir la frecuencia de su radiación con una precisión de una parte en 10^{12}, lo que equivale a una incertidumbre menor que un segundo cada 30000 años.

Masa.

Desde 1987 se considera como unidad de masa, el ***kilogramo***, que se define como la masa de una aleación de platino e iridio que se conserva en el Laboratorio Internacional de Pesas y Medidas en Sevres, cerca de París, Francia. Este patrón es confiable porque dicha aleación es muy estable.

Las otras magnitudes fundamentales de la Física, que con las anteriores suman siete en total, están indicadas en la tabla 1.2.

TABLA 1.2

Magnitud Física	Unidad de medida	Símbolo
Temperatura	Kelvin	K
Corriente eléctrica	Ampere	A
Intensidad luminosa	Candela	Cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

En ciencias se usan muchas otras magnitudes físicas, que se obtienen como una combinación de las magnitudes físicas fundamentales. Se llaman ***magnitudes físicas derivadas***, porque se derivan de las magnitudes físicas fundamentales. Por ejemplo:

área = longitud por longitud, se mide en m^2

aceleración = longitud/tiempo al cuadrado, se mide en m/s^2

fuerza = masa por aceleración, se mide en Newton, $N = kg\ m/s^2$

densidad = masa/volumen, se mide en kg/m^3*, etc.*

1.5 MULTIPLOS, SUBMULTIPLOS Y PREFIJOS.

Teniendo en cuenta que la Física estudia el comportamiento del universo, los valores numéricos de las magnitudes físicas varían en un rango muy amplio, desde cantidades muy pequeñas a muy grandes. Por ejemplo, para comprender el origen del Universo, a los astrofísicos y cosmólogos les preocupa actualmente saber que paso entre el Big Bang y el minúsculo instante ¡10^{-43} s! o como determinar bien la edad del Universo cuyas últimas mediciones dan un valor de 1.3×10^{10} años, con una incertidumbre de un par de miles de millones de años. La Tierra tiene una edad de 4600 millones de años. Especialistas han estudiado la cronología de la Biblia para calcular cuanto tiempo ha pasado desde los días del Edén, sumando la edad de Adán y sus descendientes. En 1650 el arzobispo irlandés James Ussher propuso que Dios creo la Tierra el 22 de octubre del año 4004 antes de nuestra era ???. Estos valores numéricos pueden ser muy complicados de leer en su forma tradicional, por lo que generalmente se expresan en potencias de 10, que es la notación científica. Otros ejemplos de algunos valores comunes se muestran en la tabla 1.3:

TABLA 1.3.

Masa (kg)	Sol	2×10^{30}
	Humano	70
	Electrón	9.1×10^{-31}
Longitud (m)	Distancia Tierra - Sol	1.5×10^{11}
	Cancha de fútbol	90
	Diámetro núcleo atómico	10^{-14}
Tiempo (s)	Edad de la Tierra	1.5×10^{17}
	Edad de estudiante UdeC	5×10^{8}
	Duración choque nuclear	10^{-22}

Si el exponente de la potencia de 10 es positivo (o negativo) el valor de la magnitud física es un múltiplo (o submúltiplo). Para medir magnitudes muy grandes o muy pequeñas se expresan los valores en potencias de 10 y se usan los ***prefijos*** del SI que es el nombre que se le da a la potencia de 10. Existen algunas unidades de medición que tienen nombres especiales, como por ejemplo el *año luz* que es la distancia que recorre la luz en un año, igual a 9.45×10^{15} *m*, o el Angstrom que es igual a 10^{-10} *m*. En la tabla 1.4 se dan los nombres de algunos prefijos.

TABLA 1.4

Potencia 10^x	Prefijo	Abrev.
-24	yocto	y
-21	zepto	z
-18	atto.	a
-15	femto	f
-12	pico	p
-9	nano	n
-6	micro	μ
-3	mili	m
-2	centi	c
-1	deci	d
1	deca	da
2	hecto	h
3	kilo	k
6	mega	M
9	giga	G
12	tera	T
15	peta	P
18	exa	E
21	Zeta	Z
24	yota	Y

1.5.1 Orden de magnitud.

Es la potencia de 10 más cercana al valor verdadero de una magnitud física conocida cuyo valor numérico se conoce. Para indicarla se usa el símbolo vírgula, ~. Una magnitud física difiere de otra similar en un orden de magnitud cuando es mayor o menor en un factor de 10.

Ejemplo 1. *a) Determinar el orden de magnitud de la masa de la Tierra, cuyo valor es* 6×10^{24} *kg.*

Solución: su orden de magnitud es $6 \times 10^{24} \sim 10^{1} \times 10^{24} \sim 10^{25}$ *kg* $\sim$ *10 Ykg*

b) Si la masa del Sol $\sim 10^{30}$ *kg, ¿en cuantos órdenes de magnitud difiere de la masa de la Tierra?*

Solución: masa del Sol/masa de la Tierra $= 10^{30}/10^{25} = 10^{5}$

Por lo tanto la masa del Sol es 5 órdenes de magnitud mayor que la masa de la Tierra.

1.5.2 Estimación.

Es asignar un valor numérico razonable a una magnitud Física conocida, cuyo valor verdadero no se conoce.

Ejemplo 2. *Estimar la edad de los alumnos del curso de Física I.*

La edad de los alumnos del curso de Física I varia entre 18 y 22 años, por lo que se puede estimar como edad de cualquier alumno en ~ 20 años. Su orden de magnitud es ~ 10 años.

1.5.3 Transformación de unidades.

Muchos cálculos en Física requieren convertir unidades de un sistema a otro. Las unidades pueden convertirse sustituyéndolas por cantidades equivalentes. En toda respuesta numérica de los problemas siempre debe escribirse las unidades en el resultado final.

Ejemplo 3. *Transformar 18 km/hora a m/s.*

Solución: Se sabe que *1h = 3600 s* y que *1 km = 1000 m*, entonces:

$$18\frac{km}{hr}\times\frac{1hr}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}=5\,m/s$$

1.5.4 Análisis dimensional.

Se usa para verificar que todos los términos de una ecuación tengan las mismas dimensiones, lo que garantiza que la ecuación está planteada en forma correcta. Cuando se hace el análisis dimensional, los términos no se operan

con el álgebra corriente, por ejemplo las unidades de medida no se suman o restan, solo se comparan sus unidades entre términos de la ecuación a dimensionar, generalmente se usa [ ] en cada término al hacer el análisis.

Ejemplo 4. *Hacer el análisis dimensional para el siguiente modelo físico* $v^2 = v_o^2 + 2ax$, *donde v se mide en m/s, x en m y a en m/s*^{2}.

Solución:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax \Rightarrow$$

$$\left[\left(\frac{m}{s}\right)^2\right] = \left[\left(\frac{m}{s}\right)^2\right] + \left[\frac{m}{s^2}\right][m] = \left[\frac{m^2}{s^2}\right] = \left[\left(\frac{m}{s}\right)^2\right]$$

Por lo tanto la expresión es dimensionalmente consistente.

1.6 SISTEMAS DE REFERENCIA.

En mecánica se tratan problemas relacionados con la descripción del movimiento de un objeto en el espacio, por lo que se requiere un método para conocer la posición de ese objeto. Para esto se definen los sistemas de coordenadas y marcos de referencia. Un sistema de coordenadas usado para indicar las posiciones en el espacio consta de:

1. Un punto de referencia fijo O, llamado origen.
2. Un conjunto de ejes o direcciones con una escala apropiada.
3. Instrucciones sobre como identificar un punto en el espacio respecto al origen y a los ejes.

1.6.1 Coordenadas cartesianas o rectangulares.

Un sistema de coordenadas frecuentemente usado es el sistema de ***coordenadas cartesiano o rectangular***, que se muestra en la figura 1, con ejes *x* saliendo del plano de la figura, eje *y* horizontal y eje *z* vertical. En este sistema un punto *P* arbitrario se identifica con tres coordenadas (*x,y,z*), con los valores positivos de los ejes como se indica en la figura 1. Es el espacio común en el

que vivimos, se llama espacio tridimensional porque tiene tres dimensiones. En ocasiones bastan dos o una coordenadas para fijar la posición del objeto, estos se llaman espacio bidimensional o unidimensional, respectivamente.

figura 1

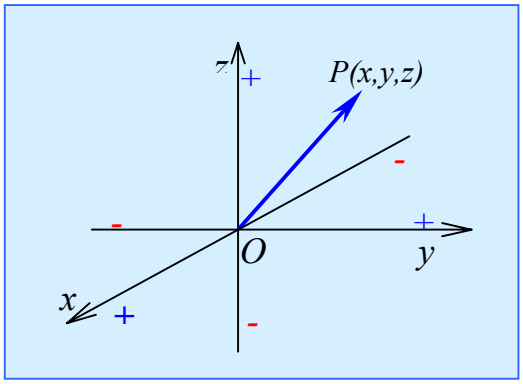
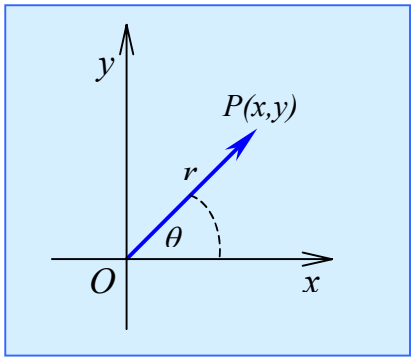


figura 2



1.6.2 Coordenadas polares.

Otro sistema de coordenadas conocido es el de las ***coordenadas polares*** (r,θ) (figura 2), donde r es la distancia desde el origen al punto (x,y), generalmente llamado radio, y θ el ángulo entre el eje x y r, por convención, considerado positivo cuando es medido en sentido antihorario desde el eje x hacia r. La relación entre las coordenadas cartesianas y polares es

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\,sen\,\theta .$$

Se deja como ejercicio demostrar que sus relaciones inversas son:

$$\tan\theta = \frac{y}{x},$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

De paso aprovechemos de recordar el teorema de Pitágoras y las funciones trigonométricas básicas seno, coseno y tangente, que se definen para un triángulo rectángulo, como se ve en la figura 3, estas son:

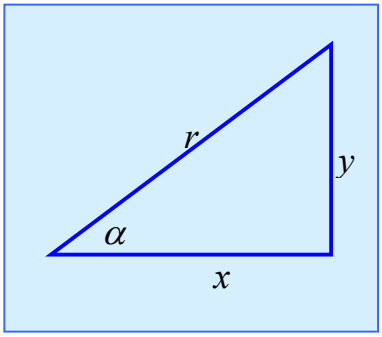
$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$sen\,\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{y}{r}$$

$$cos\,\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{x}{r}$$

$$tan\,\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyecente} = \frac{y}{x}$$

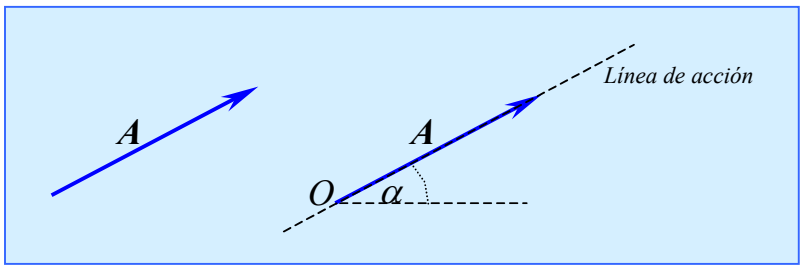
Figura 3



1.7 CONCEPTOS BÁSICOS DE VECTORES.

Las magnitudes físicas con las que trataremos en el curso pueden ser escalares o vectoriales. Las ***magnitudes físicas escalares*** quedan completamente definidas mediante un número y sus respectivas unidades de medida, por ejemplo la densidad del agua de 1 gr/cm^3 o la temperatura del aire de 20º C, son un escalar. Para las ***magnitudes físicas vectoriales*** debe especificarse su ***magnitud*** (un número con sus unidades), su ***dirección*** (un número que puede ser un ángulo si el espacio es bi o tridimensional) y su ***sentido*** (que indica hacia adonde se dirige o apunta el vector), por ejemplo una velocidad de 80 km/h hacia el noreste. Un vector se representa gráficamente como un trazo dirigido (flecha) y se simboliza mediante letras mayúsculas o minúsculas, con una flecha sobre la letra o escrita en negrita, como ***A*** o $\vec{A}$, ***r*** o $\vec{r}$, ***OP*** o $\overrightarrow{OP}$. La longitud de la flecha indica la magnitud relativa del vector, el punto desde donde se comienza a dibujar el vector se llama ***punto de aplicación***, la dirección se mide desde algún eje de referencia, generalmente horizontal, el sentido esta dado por la punta de la flecha y la recta sobre la cual se ubica el vector se llama ***línea de acción***. En la figura 4, el vector ***A*** tiene magnitud A, su punto de aplicación es O y su dirección es α grados sobre la horizontal.

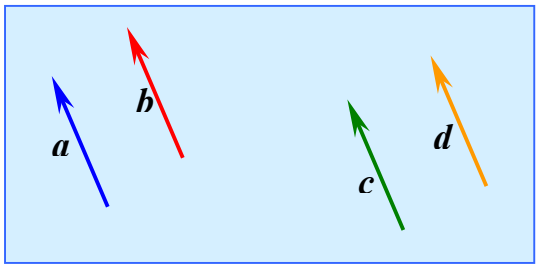
Figura 4



1.7.1 Igualdad de vectores.

Dos o más vectores son iguales si: a) apuntan en la misma dirección, b) si sus magnitudes son iguales. En la figura 5, $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c} = \vec{d}$ independientemente de la ubicación de los vectores en el espacio.

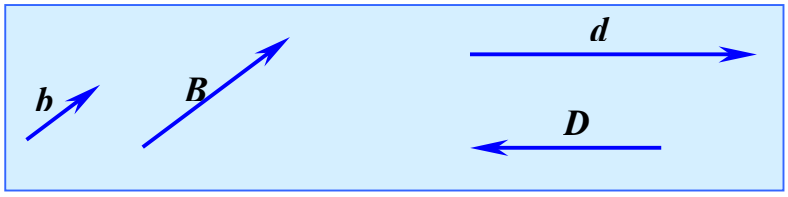
Figura 5



1.7.2 Multiplicación de un vector por un escalar.

El resultado de multiplicar un vector por un escalar λ es un vector, de magnitud distinta y de dirección igual (o contraria) al vector original. En la figura 6 se muestra que $\vec{B} = 2\vec{b}$ y $\vec{D} = -2/3\,\vec{d}$.

Figura 6



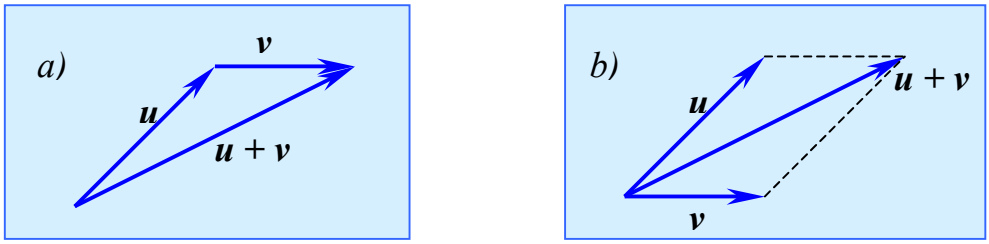
1.7.3 Vectores especiales.

- Vector nulo: es un vector de magnitud igual a cero (0).
- Vector unitario: vector de magnitud igual a uno (1).

1.7.4 Adición de vectores y algunas de sus propiedades.

Los vectores se pueden sumar en forma geométrica por diversos métodos, tales como el método a) del polígono o b) del paralelogramo, que se muestran en la figura 7.

Figura 7



Además los vectores cumplen con las siguientes propiedades del álgebra.

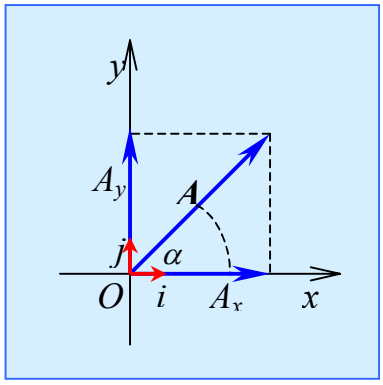
- Conmutatividad de la suma: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.
- Asociatividad de la suma: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$.
- Distributividad de la multiplicación por un escalar en la suma de vectores.
- Conmutatividad del producto: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = a^2$.
- Asociatividad del producto: $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$
- Inverso aditivo: si $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$, entonces $\boldsymbol{b}$ es el inverso aditivo de $\boldsymbol{a}$ y se escribe $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{a}$.
- La resta de vectores es un caso especial de adición, donde el vector restando se suma con su inverso aditivo: $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b})$.
- La división entre vectores no está definida.

1.7.5 Representación de los vectores en coordenadas cartesianas.

Las componentes vectoriales de un vector son aquellas que sumadas dan como resultado el vector original. Las componentes vectoriales de un vector en el espacio se calculan a lo largo de un conjunto de 3 líneas mutuamente perpendiculares que se cortan en un mismo punto, es decir en líneas paralelas a los ejes de un sistema de coordenadas cartesiano. Los vectores unitarios y las componentes vectoriales del vector ***A*** en estas direcciones se designan por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ y por A_x, A_y, A_z, respectivamente, tal que:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

Figura 8



En el plano *(x, y)* de la figura 8, se tiene:

Vector: $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$

Componentes: $A_x = A\cos\alpha,\ \ A_y = A\,sen\alpha$

Magnitud: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Dirección: $\tan\alpha = A_y/A_x$

1.7.6 Igualdad de vectores.

Dos vectores son iguales si todas sus componentes son iguales, esto es, ***A = B*** si $A_x = B_x$, $A_y = B_y$ y $A_z = B_z$.

1.7.7 Suma, resta y multiplicación por un escalar.

Se opera sobre las componentes escalares análogas de los vectores. Para el caso tridimensional se realizan tres operaciones escalares por cada operación vectorial, como se indica, donde λ representa un escalar:

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}\right)+\left(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}\right)$$
$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x\right)\hat{i}+\left(A_y+B_y\right)\hat{j}+\left(A_z+B_z\right)\hat{k}$$

$$\vec{A}-\vec{B}=\left(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}\right)-\left(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}\right)$$
$$\vec{A}-\vec{B}=\left(A_x-B_x\right)\hat{i}+\left(A_y-B_y\right)\hat{j}+\left(A_z-B_z\right)\hat{k}$$

$$\lambda\vec{A}=\left(\lambda A_x\right)\hat{i}+\left(\lambda A_y\right)\hat{j}+\left(\lambda A_z\right)\hat{k}$$

1.7.8 Producto escalar entre vectores.

El producto escalar entre vectores da como resultado un escalar, se lee *A punto B,* y se define como:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\alpha$$

donde A y B es la magnitud y α es el ángulo entre los vectores ***A*** y ***B.*** Aplicado a vectores unitarios y a las componentes de un vector, se tiene:

$$\hat{i}\cdot\hat{i}=\hat{j}\cdot\hat{j}=\hat{k}\cdot\hat{k}=1$$
$$\hat{i}\cdot\hat{j}=\hat{i}\cdot\hat{k}=\hat{j}\cdot\hat{k}=0$$
$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

1.7.9 Producto vectorial de vectores.

El producto vectorial entre vectores da como resultado un vector, se lee *A cruz B,* y se define como:

$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B},\quad con\ \left|\vec{C}\right|=ABsen\alpha$$

donde A y B es la magnitud y α es el ángulo entre los vectores $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$, y la dirección de $\boldsymbol{C}$ esta dada por la regla de la mano derecha o del tornillo derecho, $\boldsymbol{C}$ es un vector perpendicular al plano formado por $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$. El producto vectorial se calcula resolviendo el siguiente determinante:

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

Aplicado a vectores unitarios, se obtiene que:

$$\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$$

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\quad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},\quad \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$$

Ejemplo 5. *Una partícula se mueve en el plano (x,y) desde la posición P_1 en (-3,-5) m hasta la posición P_2 en (10,2) m. (a) Dibujar y escribir los vectores de posición. Calcular (b) la variación de la posición de la partícula, (c) magnitud la variación y (d) su dirección.*

Solución: a) en el esquema se dibuja el diagrama vectorial.

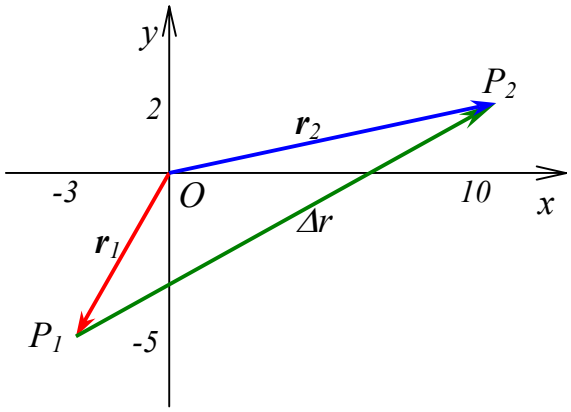
Posiciones:

$$\vec{r}_1=x_1\hat{i}+y_1\hat{j}$$

$$\vec{r}_1=-3\hat{i}-5\hat{j}$$

$$\vec{r}_2=x_2\hat{i}+y_2\hat{j}$$

$$\vec{r}_2=10\hat{i}+2\hat{j}$$



b) La variación de la posición es la diferencia entre las posiciones del objeto, esto es la posición final menos la posición inicial denotada por $\Delta\vec{r}$.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(10\hat{i} + 2\hat{j}\right) - \left(-3\hat{i} - 5\hat{j}\right) = 13\hat{i} + 7\hat{j} \;\; m$$

c) Magnitud: $\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{(13)^2 + (7)^2} = 14{,}8m$

d) Dirección: $tan\,\theta = \dfrac{7}{13} \Rightarrow \theta = 28.3^o$

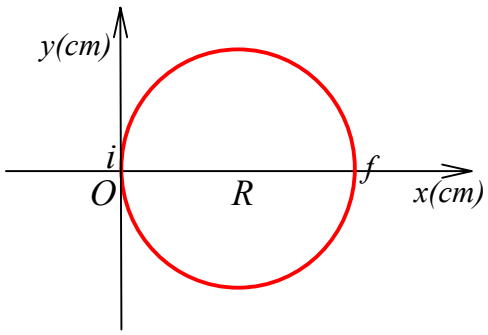
Ejemplo 6: *Una hormiga camina por el borde de un CD de 6 cm de radio, rodeando la mitad del disco. Calcular: (a) la variación de su posición, (b) ¿cuánto camina?, (c) su variación de posición si completa el círculo.*

Solución: Usando el siguiente sistema de referencia, donde i es la posición inicial, que se elige en el origen, y f la posición final.

a) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$, de la figura

$$\vec{r}_i = 0\hat{i} + 0\hat{j}, \quad \vec{r}_f = 12\hat{i} + 0\hat{j}$$

$$\Delta\vec{r} = 12\hat{i} \; cm$$



b) Se pide distancia *d* recorrida desde *i* a *f* por el borde (por ejemplo el superior) del disco, si *P* es el perímetro, entonces:

$$d = \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}2\pi R = \pi R = 6\pi \;\; cm = 18.8 \;\; cm$$

se observa que $d \neq \left|\Delta\vec{r}\right|$

c) Hay que calcular $\Delta\vec{r}$ después que la hormiga ha dado un vuelta completa.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i = 0 \Rightarrow \Delta\vec{r} = 0\hat{i} - 0\hat{j} = \vec{0}\ cm$$

PROBLEMAS SELECTOS.

1. Escribir usando prefijos, en unidades del Sistema Internacional: longitud del ecuador, radios del núcleo y átomo, segundos de un milenio, edad de la Tierra, volumen de una pulga, masa del Sol, distancia de la estrella más cercana a la Tierra (después del Sol).

2. El Sol es un 'adulto joven' de apenas casi 5 mil millones de años, escriba la edad del Sol sin y con prefijos del Sistema Internacional. (Cuando el Sol se apague, se acabará la fuente de energía que mantiene todos los procesos sobre la Tierra y por lo tanto la vida sobre ella.) R: 1.57×10^{17} s.

3. La energía que la Tierra recibe del Sol es del orden de 220 watts/m^2, estimar la cantidad de energía sobre toda la superficie terrestre. Expresar el resultado con prefijos.

4. Estimar la cantidad de kilómetros que tu has caminado desde que naciste a la fecha.

5. Estimar el número de pinos y su valor en pesos para un bosque de pinos típico de la 8ª Región.

6. Si durante un evento de lluvia en la zona cayeron 25 mm de agua, esto es 25 lt/m^2, estime la cantidad de agua que cayó sobre la Bahía Concepción. ¿A cuantas casas se podría abastecer con agua durante todo un día con esa cantidad?

7. Transformar 10 m/s a km/h, 300000 km/h a m/s, 250 Glt a m^3, 1.25 kg/m^3 a gr/cm^3, 500 hPa a atm, 4500 m^2 a cm^2.

8. La Tierra tiene una edad de 4600 millones de años y el ser humano esta sobre ella desde hace unos 100 mil años. Si la edad la Tierra la hacemos equivalente a un día, ¿cuánto tiempo tiene el ser humano sobre la Tierra?

9. Para las expresiones $x = At + Bt^3$ y $v = A + 3Bt^2$ donde x se mide en *m*, t en *s* y v en *m/s*, determine las unidades de medida de A y de B.

10. Demuestre que las ecuaciones $p+(1/2)\rho v^2+\rho gh=cte$, $v^2=v_0^2+2ax$ y $T=2\pi\sqrt{l/g}$ son dimensionalmente correctas, donde *x, h* y ℓ son longitudes, *v* y v_0 son velocidad *(m/s)*, *a* y *g* aceleración *(m/s²)*, *T* tiempo *(s)*, *p* presión (*kg/ms²*), y ρ densidad (*kg/m³*).

11. Un vector de 5 unidades se orienta en dirección positiva del eje *x*, y otro de 3 unidades se orienta en 230º. Determine la suma y la resta de estos vectores, gráfica y analíticamente.

12. El vector ***A*** se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (8,60º) y el vector ***B*** se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (3,340º). Calcular su producto escalar, vectorial y el ángulo que forman los vectores.

13. Si $\vec{A}=4\hat{i}+3\hat{j}$ y $\vec{B}=-\hat{i}+5\hat{j}$, calcular su producto escalar, vectorial y el ángulo que forman los vectores. Dibujar todos los vectores.

14. Para los siguientes vectores: $\vec{V}_1=2\hat{i}+3\hat{j}$, $\vec{V}_2=-3\hat{i}+1.5\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{V}_3=2.5\hat{i}-7\hat{j}-5\hat{k}$, calcular la magnitud y dirección de cada vector.

15. Para los vectores del problema 14 calcular: a) su suma, b) $3\boldsymbol{V}_2-\boldsymbol{V}_1$, c) $5\boldsymbol{V}_3+\boldsymbol{V}_2$, d) $2\boldsymbol{V}_1+3\boldsymbol{V}_2-0.5\boldsymbol{V}_3$. Dibujar los vectores y los resultados.

16. Para los vectores del problema 14, calcular a) el producto escalar entre cada par de vectores, f) el producto vectorial entre cada par.

17. El vector $\boldsymbol{F_1}$ tiene una magnitud de 5 unidades y el vector $\boldsymbol{F_2}$ tiene una magnitud de 10 unidades. Ambos vectores forman un ángulo de 120º entre si. Calcular su producto escalar y vectorial.

18. Demostrar que: $\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$

19. Demostrar que: $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$

20. Demostrar que: $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\ \ \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},\ \ \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$