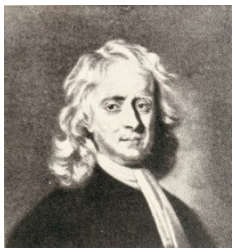
Chapter 1

EL DESCUBRIMIENTO DEL CALCULO



1.1 Introducción.

Isaac Newton (1642-1727) en 1664-1666 y G. W. Leibniz (1646-1716) en 1675 descubrieron independientemente el cálculo diferencial e integral. Sus enfoques y conceptos son distintos, pero llegan básicamente a los mismos resultados, llegando a un cálculo también algo distinto del que usamos ahora. Hasta entonces, en el periodo 1615-1660, se había usado el cálculo infinitesimal por matemáticos de gran talla como Kepler, Cavalieri, Torricelli, Pascal, Fermat, Wallis, Gregory, Barrow, etc. Pero los métodos para hallar cuadraturas, y tangentes a curvas o problemas relacionados eran como una especie de matemática artesanal donde cada ejemplo resolvía un problema concreto, bien adaptado a la forma particular de cada objeto en cuestión. El gran mérito de lo que llamamos cálculo diferencial e integral es el de ser un algoritmo general que vale para todas expresiones analíticas a la vez y que se basa en que los procesos de cálculo de tangentes (derivación) y cuadraturas (integración) son procesos inversos el uno del otro.

Isaac Newton (1642-1727) fue profesor de matemáticas en Cambridge y luego jefe de la casa de la moneda en Londres. Sus principales ideas fueron desarrolladas en 1664-1666 cuando estaba recluido en su casa natal de Lincolnshire, ya que el Trinity College de Cambridge, donde Newton era estudiante, estuvo

cerrado por la epidemia de la peste. Alli desarrolló sus ideas de la gravitación universal, de la teoría de los colores y sobre la serie del binomio y el cálculo de fluxiones.

De naturaleza entonces tímida era reacio a publicar sus resultados, para asi evitar las posibles críticas y controversias de sus contemporáneos. En Octubre de 1666 escribió un tratado sobre fluxiones y en 1669 *De analysi*, un tratado sobre series infinitas que circuló en forma de manuscrito entre los miembros de la Royal Society. Hay otro tratado sobre fluxiones y series infinitas de 1671 y otro sobre la cuadratura de curvas de 1693. Sin embargo estos fueron publicados hasta bien tarde y algunos sólo lo fueron después de su muerte. *De analysi* fue publicado en 1711 y el tratado sobre cuadratura de curvas, *De Quadratura Curvarum* de 1693 apareció como un apéndice de su *Opticks* en 1704. Su obra más famosa, donde expone su teoría de la gravitación universal, los *Principia*, fue publicada en 1687, pero sus argumentos son muy geométricos y sólo dan una idea de sus métodos del cálculo infinitesimal.

De entre el trabajo matemático de Newton, profundo y poderoso, se pueden distinguir algunos temas centrales. Estos son los desarrollos en serie de potencias, en especial el desarrollo del binomio, algoritmos para hallar raíces de ecuaciones y de inversión de series, relación inversa entre diferenciación e integración y el concepto de fluentes y fluxiones como variables que cambian en el tiempo. Newton estuvo muy interesado también en óptica, dinámica, alquimia, cronología de la historia y en la interpretación de las sagradas escrituras.

Gotfried Wilhem Leibniz (1646-1716) era hijo del vice-presidente de la facultad de filosofía de la universidad de Leipzig. De joven, estudió filosofía, derecho y lenguas clásicas. Su principal interés estuvo centrado en desarrollar una especie de lenguaje simbólico para representar los conceptos fundamentales del pensamiento humano y las maneras de combinar estos símbolos para llegar a conceptos más elaborados. Esta idea filosófica, que tiene relación con la combinatoria, fue ya algo en parte elaborada por franciscano mallorquín Ramón Llull (1235-1316) en su *Arte Luliano*.

Poco después de acabar sus estudios, Leibniz empezó en 1672 una misión diplomática en Paris donde permanecería unos cuatro años hasta 1676. Allí conoció a numerosos filósofos y miembros de la alta sociedad, en particular al holandés C. Huygens (1629-1695), entonces miembro de la recién creada Académie Royale des Sciences. Como curiosidad Huygens le planteó a Leibniz que hallara la suma de los inversos de los números triangulares. Mediante sumas y diferencias Leibniz fue capaz de hallar la suma de esta serie y entonces creció su interés en estudiar matemáticas, cuya formación hasta entonces había sido muy escasa. Huygens le recomendó que leyera la renovada edición en latín de van Schooten de la *Géometrie* de Descartes y los trabajos de Pascal. La entrada matemática de Leibniz fue entonces impresionante, ya que le llevó al descubrimiento del cálculo en 1675 y su elaboración y publicación en dos cortos artículos del *Acta Eruditorum* después en 1684 y 1686, el primero sobre cálculo diferencial y el segundo sobre cálculo integral.

El trabajo de Leibniz se conoce principalmente por los numerosos artículos que publicó en *Acta* y por sus cartas personales y manuscritos que se conservan

en Hannover. Entre estos documentos están los manuscritos fechados el 25, 26 y 29 de Octubre y el 1 y 11 de Noviembre de 1675 donde Leibniz estudia la cuadratura de curvas y desarrolla su cálculo diferencial e integral.

Uno de los ingredientes fundamentales del cálculo de Leibniz son las reglas para la manipulación de los símbolos "$\int$" y "d" de la integral y la diferencial. Esto refleja sus ideas filosóficas de buscar un lenguaje simbólico y operacional para representar los conceptos e ideas del pensamiento de tal manera que los razonamientos y argumentos se puedan escribir por símbolos y fórmulas. En matemáticas su cálculo es en parte esto, un algoritmo para escribir los métodos geométricos de cuadraturas y tangentes por medio de símbolos y fórmulas. Las otras dos ideas fundamentales del cálculo de Leibniz son la relación entre la sumas de sucesiones con las diferencias de sus términos consecutivos y el llamado triángulo característico.

Leibniz pasó la mayor parte del resto de su vida en Alemania, como consejero del duque de Hannover. Aparte de la invención y del desarrollo de su cálculo y en la solución de problemas geométricos y de ecuaciones diferenciales, Leibniz tiene otros trabajos en solvabilidad de ecuaciones y determinantes y escribió y contribuyó enormemente en prácticamente todos los campos del conocimiento humano, religión, política, historia, física, mecánica, tecnología, lógica, geología, linguística e historia natural.

Aunque oscuros y difíciles de leer, los dos artículos de *Acta* de Leibniz de 1684 y 1686 fueron leidos por los hermanos Jakob y Johann Bernoulli. Jakob Bernoulli era profesor de matemáticas en Basilea y su hermano Johann, unos trece años más joven, le sucedió después en 1705. Ambos entendieron notablemente el simbolismo y los conceptos de Leibniz y publicaron varios artículos en *Acta* a partir de 1690. Después iniciaron una intensa y productiva correspondencia con Leibniz, resolviendo en unos pocos años numerosos problemas en los que el nuevo cálculo demostró toda su fuerza, tales como el la isocrona, la catenaria, la tractriz, la isocrona paracéntrica o la braquistocrona.

1.2 W.G. Leibniz (1646-1716).

1.2.1 Sumas y diferencias.

Cuando a sus 26 años conoció en 1672 a Huygens en Paris, éste le planteó el problema de sumar los inversos de los números triangulares

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\cdots+\frac{2}{n(n+1)}+\cdots$$

Leibniz observó que cada término se puede descomponer como

$$\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

de donde

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\cdots=2\left(1-\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots=2$$

Leibniz, tal como hizo en la suma de la serie de los inversos de los números triangulares, consideraba sumas y diferencias de sucesiones de números. Observó por ejemplo que dada la sucesión $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$, si consideramos la sucesión de diferencias $d_1, d_2, \cdots, d_n$, donde $d_i = a_i - a_{i-1}$. Entonces

$$d_1 + d_2 + \cdots + d_n = (a_1 - a_0) + (a_2 - a_1) + \cdots + (a_n - a_{n-1}) = a_n - a_0$$

es decir, la suma de diferencias consecutivas es igual a la diferencia entre el último y el primer término de la sucesión original.

Por ejemplo, dada la sucesión de cuadrados

$$0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, \cdots, n^2$$

sus primeras diferencias son

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots, 2n - 1$$

ya que $i^2 - (i-1)^2 = 2i - 1$. Luego se sigue que la suma de los n primeros números impares es n^2

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

Leibniz utiliza este método en otros casos. Por ejemplo en relación a la serie geométrica

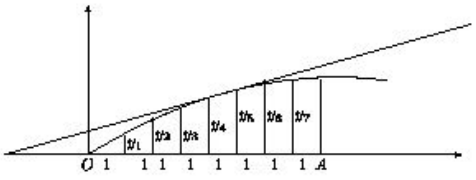
$$1, q, q^2, \ldots, q^n, \ldots$$

obtiene

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$$

1.2.2 El cálculo de Leibniz.

Leibniz no tardó en aplicar a la geometría sus observaciones de que las sumas de sucesiones y sus diferencias consecutivas son procesos inversos el uno del otro. Consideremos una curva como la de la figura donde aparece una sucesión de ordenadas equidistantes $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$



Si suponemos que la distancia entre estas ordenadas es 1, entonces su suma $y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n$ es una aproximación de la cuadratura de la curva, mientras que la diferencia entre dos sucesivas $y_i's$ da aproximadamente la pendiente de su

tangente. Además, cuanto más pequeña sea la unidad 1 elegida, mejor será la aproximación. Si la unidad se pudiera elegir *infinitamente pequeña*, entonces las aproximaciones serían exactas, la cuadratura sería igual a la suma de ordenadas y la pendiente de la tangente sería igual a la diferencia de ordenadas. De esta forma y por su analogía con las sucesiones numéricas, Leibniz observa que la determinación de cuadraturas y el cálculo de tangentes son operaciones inversas la una de la otra.

Leibniz considera una curva como una poligonal de infinitos lados donde dy es la diferencia infinitesimal de dos ordenadas consecutivas, dx la diferencia de dos abscisas consecutivas e $\int ydx$ representa la *suma* de los pequeños rectángulos infinitesimales ydx.

De esta forma el teorema fundamental del cálculo aparece como obvio. Esto es, para hallar el área debajo de una curva con ordenadas y, debemos hallar una curva de ordenadas z de tal manera que $\frac{dz}{dx} = y$, en cuyo caso es también $\int ydx = z$.

En la primera notación de sus manuscritos Leibniz escribe

$$omn \cdot \ell = y$$

donde *omn* es omnia, que en latín significa suma, y donde ℓ son diferencias. Con ello empieza a desarrollar su cálculo y la expresión simplemente significa que la suma de las primeras diferencias de una sucesión que empieza por 0 es igual al último término. Después irá cambiando su notación y escribe la anterior relación como $\int dy = y$ que es la que usamos actualmente. El signo integral $\int$ no es más que una S elongada que significa suma.

La idea de su cálculo es que las fórmulas y relaciones geométricas se realicen de manera casi automática por medio de las reglas del cálculo de diferencias

$$d(x+y) = dx + dy$$

$$d(xy) = x\ dy + y\ dx$$

$$d(\frac{x}{y}) = \frac{y\ dx - x\ dy}{y^2}$$

$$d(x^n) = nx^{n-1}\ dx \qquad \text{etc.}$$

Para demostrar por ejemplo la regla $d(xy) = xdy + ydx$, calcula la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión producto xy

$$d(xy) = (x+dx)(y+dy) - xy = xdy + ydx + dxdy$$

y luego omite la cantidad $dxdy$ por ser infinitamente más pequeña en comparación con los otros términos.

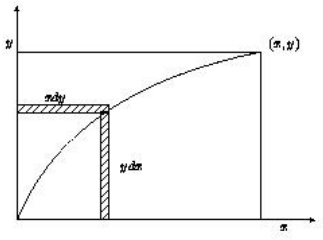
De esta regla Leibniz deduce la integración por partes

$$\int xdy = xy - \int ydx$$

Aunque las demuestra como teoremas, siempre que puede intenta relacionar sus operaciones analíticas con resultados geométricos familiares. Por ejemplo para esta última integración por partes, observa que es también la adición de áreas

$$\int xdy + \int ydx = xy$$

de acuerdo con la figura



Para probar

$$d\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{xdy - ydx}{x^2}$$

escribe

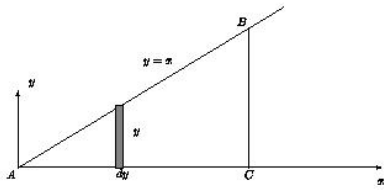
$$d\frac{y}{x} = \frac{y+dy}{x+dx} - \frac{y}{x} = \frac{xdy - ydx}{x^2 + xdx}$$

y otra vez cancela xdx del denominador por ser pequeño frente a x^2.

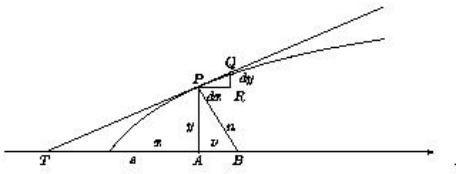
Otra relación es por ejemplo

$$\int ydy = \frac{y^2}{2}$$

Para su prueba, piensa en términos de la función $y = x$. Tal como se observa en la figura el área del triángulo ABC es la suma de los ydy, para pequeños dy, pero esta área es $\frac{y^2}{2}$.



En sus aplicaciones geométricas, dado un punto $P = (x, y)$ sobre una curva, tal como se observa de la figura



aparecen las llamadas *subtangente* $s = TA$, *tangente* $t = TP$, *normal* $n = PB$ y *subnormal* $\nu = AB$. Todas estas variables tienen entitad propia y están relacionadas unas con otras. Por ejemplo se tiene por la semejanza

$$\frac{y}{s} = \frac{\nu}{y}$$

Para cada una de estas variables se pueden considerar también sus diferencias. Si consideramos las diferencias dx y dy, el pequeño triángulo PQR se llama el *triángulo característico* y se tiene por ejemplo la relación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{s}$$

Todo este cálculo y en especial su notación resultó ser muy manejable y de gran utilidad, lo que contribuyó decisivamente a su éxito. Notación y concepto son virtualmente inseparables. Por ejemplo la regla de la cadena para $z = f(y)$ e $y = g(x)$ que nosotros escribimos como primero la composición $h(x) = f(g(x)$ y luego

$$h'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

en su notación diferencial es simplemente

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

Aunque desde el punto de vista lógico le falta rigor a esta fórmula simbólica, ya que cancela $dy's$ como si fueran números reales, no sólo halla correctamente al resultado sino que sugiere además la manera de demostrarla, reemplazando las diferenciales dx, dy, dz por incrementos finitos $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ y pasando luego al límite.

Leibniz tardó unos años en presentar estas ideas en público ya que era una formulación intuitiva, pero que tenía el problema de trabajar con cantidades infinitamente pequeñas y esto no estaba rigurosamente definido ni era muy aceptable en matemáticas. Su primera publicación fue un corto artículo titulado *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulare pro illis calculi genus*, (Un nuevo método para máximos y mínimos y tangentes, no impedido por cantidades racionales o irracionalesy un singular nuevo tipo de cálculo para ellas), que apareció en 1684 en *Acta eruditorum*.

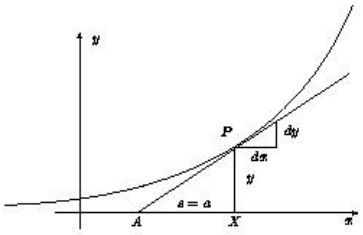
En este trabajo original, después de introducir su cálculo, Leibniz da tres ejemplos de la aplicaciones, el primero prueba el principio ya conocido por Descartes y Fermat de que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de refracción, el segundo es un problema geométrico. Luego, dice Leibniz:

"Y esto es sólo el comienzo de una mucho más sublime Geometría, de problemas incluso mucho más difíciles y de los más bonitos de matemáticas aplicadas, los cuales sin nuestro cálculo diferencial o algo similar nadie podría atacar con tanta facilidad. Añadiremos como apéndice la solución del problema que De Beaune propuso a Descartes, quién lo intentó resolver el el Vol. 3 de sus Lettres, pero sin éxito"

En realidad Descartes había encontrado prácticamente la naturaleza de esta curva, pero carecía de instrumentos adecuados para su solución. Este problema y otros que fueron apareciendo después pusieron de manifiesto la potencia del nuevo cálculo. Exponemos este problema en la sección siguiente.

1.2.3 El problema de De Beaune.

El problema que Florimont De Beaune había propuesto originalmente a Descartes en 1639 es: *Hallar una curva cuya subtangente sea una constante dada a.*



De la relación

$$\frac{dx}{dy} = \frac{s}{y}$$

obtenemos tomando $s = a$

$$a\ dy = y\ dx$$

Leibniz considera $dx = b$ constante, lo que equivale a tener las abscisas en progresión aritmética. Tomando $k = b/a$, la relación anterior da

$$dy = k\ y$$

Esto es, los incrementos dy son proporcionales a sus las ordenadas y.

Más concretamente, si tomamos la sucesión de abscisas

$$x_0 = x, x_1 = x + b, x_2 = x + 2b, x_3 = x + 3b, \ldots$$

que están en progresión aritmética, al ser $dy_1 = y_1 - y_0 = ky_1$, será $y_1 = k_1 y_0$ para la constante $k_1 = \frac{1}{k+1}$. Luego las correspondientes ordenadas

$$y_0, y_1 = k_1 y_0, y_2 = k_1^2 y_0, y_3 = k_1^3 y_0, \ldots$$

están en progresión geométrica.

Leibniz concluye diciendo que la curva es una *"logarítmica"*.

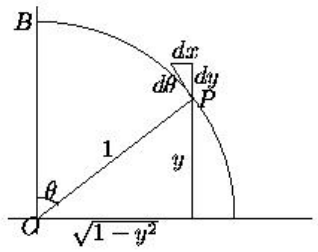
En nuestro cálculo actual de la relación diferencial que define la curva $ady = ydx$, obtenemos

$$a\frac{dy}{y} = dx$$

de donde integrando $a \log y = x + C$. (Obsérvese que la notación que usamos ahora para este proceso es la original). Leibniz viene a describir una poligonal solución de una ecuación en diferencias que aproxima a la exponencial y su ecuación diferencial correspondiente, siendo la aproximación cada vez mejor a medida que dx se va haciendo infinitésimo.

1.2.4 Desarrollo del seno a partir de su ecuación diferencial.

Leibniz utiliza series de potencias para resolver muchas de us ecuaciones diferenciales. Por ejemplo consideremos la figura donde aparece el primer cuadrante de la circunferencia de radio 1, donde $P = (x, y)$ y θ es el ángulo que forma POB.



Por semejanza de triángulos

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

Además por el teorema de Pitágoras $dx^2 + dy^2 = d\theta^2$. Elevando al cuadrado la primera relación, despejando dx^2 y sustituyendo en la segunda obtenemos después de simplificar

$$dy^2 + y^2 d\theta^2 = d\theta^2$$

que es la ecuación diferencial que verifica $y = \sin\theta$. Para resolver esta ecuación Leibniz considera $d\theta$ como constante y aplica el operador d a la ecuación. Se

obtiene $d[dy^2 + y^2 d\theta^2] = 0$, de donde por la regla del producto

$$d[dy \cdot dy + y^2 d\theta^2] = 2(dy)(d\ dy) + 2y\ dy\ d\theta^2 = 0$$

esto es

$$\frac{d^2y}{d\theta^2} = -y$$

que es la ecuación diferencial de segundo orden de $y = \sin\theta$. Ahora Leibniz supone que podemos escribir la serie de potencias con coeficientes indeterminados

$$y = \sin\theta = b\theta + c\theta^3 + e\theta^5 + f\theta^7 + g\theta^9 + \cdots$$

donde ha tomado el término constante igual a cero al ser $\sin 0 = 0$ y sólo toma potencias impares al ser $\sin\theta$ impar. Diferenciando dos veces esta expresión se obtiene

$$\frac{d^2y}{d\theta^2} = 2 \cdot 3c\theta + 4 \cdot 5e\theta^3 + 8 \cdot 9g\theta^7 + \cdots$$

que debe ser igual a $-y = -b\theta - c\theta^3 - e\theta^5 - f\theta^7 - g\theta^9 - \cdots$. Igualando coeficientes se obtiene

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3c &= -b \\ 4 \cdot 5e &= -c \\ 8 \cdot 9g &= -f \\ &\cdots \end{aligned}$$

De donde tomando $b = 1$ como condición inicial obtenemos sucesivamente $c = -\frac{1}{3!}$, $e = \frac{1}{5!}$, $f = -\frac{1}{7!}$, $g = \frac{1}{9!}$, ..., esto es

$$\sin\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - \frac{1}{7!}\theta^7 + \frac{1}{9!}\theta^9 - \cdots$$

Obtiene por tanto con su método de diferencias la relación que ya había obtenido Newton en 1676 con su serie del binomio.

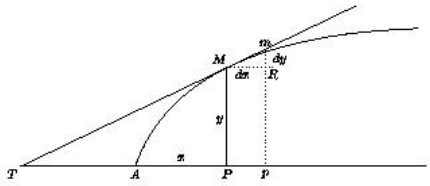
1.3 Resumen y desarrollo posterior.

Una vez que hemos descrito con detalle separadamente las ideas de Newton y Leibniz en el desarrollo del cálculo como una nueva y coherente disciplina matemática vamos a comparar y contrastar ambos procedimientos.

Tal como hemos visto Newton concibe la derivada de $y = f(x)$ como el cociente entre fluxiones $\dot{y}/\dot{x}$ donde considera las fluxiones $\dot{x}$, $\dot{y}$ como las velocidades en que cambian los fluentes x, y. Su concepción es cinemática. En cambio Leibniz considera el cociente anterior dy/dx como cociente entre diferencias. La integral para Newton es una integral definida, es el fluente a determinar para una fluxión dada. Para Leibniz la integral es, en cambio, una suma infinita de diferenciales. A pesar de estas diferencias de concepto luego ambos la calculan de la misma forma, como un proceso inverso de derivadas. Ambos desarrollan el mismo cálculo desde puntos de vista distintos y observan como inversos los procesos de diferenciación e integración. Antes se habían calculado áreas, volúmes

y tangentes, pero eran razonamientos particulares para cada caso concreto sin que se observara con claridad que el cálculo de áreas y el de tangentes son inversos uno del otro. El nuevo cálculo es universal, en el sentido en que se aplica del mismo modo a todo tipo de funciones. Newton y Leibniz lo aplicaron con éxito para calcular áreas como la cisoide o la cicloide, tangentes, longitudes de arco, problemas de máximos y mínimos, geométricos, etc.

Para ilustrar con un ejemplo sencillo los conceptos del cálculo de Newton y de Leibniz, veamos como calcularían ambos la tangente a la parábola $y^2 = ax$ en un punto $M = (x, y)$ de la figura



Dada la relación entre fluentes $y^2 = ax$ Newton calcularía primero la relación entre sus fluxiones: de

$$(y + o\dot{y})^2 = a(x + o\dot{x})$$

elevando al cuadrado

$$y^2 + 2yo\dot{y} + o^2\dot{y}^2 = ax + oa\dot{x}$$

Simplificando y dividiendo por o resulta

$$2y\dot{y} + o\dot{y}^2 = a\dot{x}$$

de donde cancelando luego los términos que contienen o se obtiene $2y\dot{y} = a\dot{x}$, esto es

$$\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{a}{2y}$$

que nos daría la pendiente de la tangente.

En el primer libro de texto de cálculo diferencial, *Analyse des Infinitement Petits* de l'Hospital de 1696, aparece exactamente el ejemplo que estamos calculando. De hecho la figura geométrica anterior está tomada del este libro, sección 2, pag. 12, su solución, siguiendo de diferencias de Leibniz dice asi:

"Si se quiere que $ax = yy$ exprese la realción de AP a PM, la curva AM será una parábola que tendrá por parámetro la recta dada a y tendrá, tomando diferencias en cada miembro

$$a\ dx = 2y\ dy$$

por tanto $dx = 2ydy/a$ y

$$PT = \frac{ydx}{dy} = \frac{2yy}{a} = 2x$$

donde hemos sustituído yy por su valor ax. De donde se deduce que si se toma como PT el doble de AP y se considera la recta MT, ella será tangente en el punto M. *Ce qui était proposé*".

Para Newton la derivada como cociente entre fluxiones, o como "razón última de cantidades evanescentes" presentaba problemas de rigor lógico. Para Leibniz sin embargo, el cociente dy/dx era "simplemente" un cociente con interpretación geométrica clara. Los problemas de interpretación se volvían más agudos al considerar derivadas de mayor orden. Debido a su facilidad y al genial tratamiento que tuvo por parte de los hermanos Bernoulli y por Euler el cálculo de Leibniz empezó a cosechar grandes éxitos. Sus seguidores se preocupaban menos de sus aspectos lógicos y más de sus aplicaciones ya que era un cálculo que funcionaba. Permitió resolver problemas tales como el de la braquistocrona o de la catenaria que habían sido intratables hasta entonces. En cambio en Inglaterra los matemáticos se preocuparon mucho más por los problemas de rigor lógico, paralizando con ello su aplicación. Una vigorosa y malintencionada exposición de las inconsistencias del nuevo cálculo fue la que escribió el obispo anglicano de la diócesis de Cloyne (Irlanda) George Berkeley(1685-1753). Berkeley escribió en 1734 un ensayo titulado *The Analyst, or A Discourse Addressed to an Infidel Mathematician*. El "matemático infiel" era Edmund Halley (1656-1742), el famoso astrónomo y amigo de Newton, quién parece ser que convenció a un conocido sobre la inutilidad de la doctrina cristiana y éste rehusó el consuelo espiritual de Berkeley cuando estaba en su lecho de muerte.

Este es un párrafo del argumento de Berkeley:

> *"Y ¿Qué son las fluxiones? Las velocidades de incrementos evanescentes. Y ¿Qué son estos mismos incrementos evanescentes? Ellos no son ni cantidades fimnitas, ni cantidades infinitamente pequeñas, ni nada. ¿No las podríamos llamar fantasmas de cantidades que han desaparecido?"*

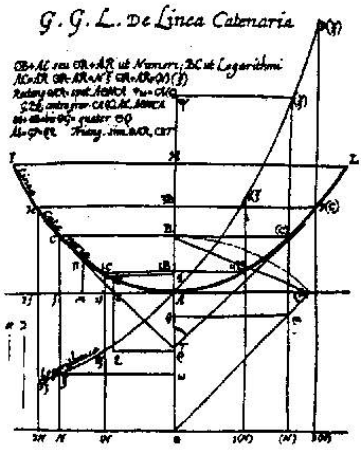
A finales de 1690 Leibniz fue duramente atacado por los seguidores de Newton, quienes le acusaban de plagio. Su principal argumento fueron las cartas que Newton le había mandado via Oldenburg. Al irse incrementando los ataques Leibniz pidió en 1711 a la Royal Society of London, de la que era miembro, para que interviniera en el asunto. La Royal Society nombró una comisión para que estudiara el caso y en 1712, movida más que nada por motivos de nacionalismo y maniobrada por Newton, decidió que Leibniz había en efecto plagiado a Newton. Hoy sabemos que tanto Newton como Leibniz desarrollaron independientemente su cálculo.

Este desafortunado incidente separó en dos bandos los matemáticos de Inglaterra y del Continente por mucho tiempo. La ironía del destino, fue que la victoria inglesa hizo que sus matemáticos rehusaran sistemáticamente el uso de los métodos de Leibniz, cerrando para si con ello el tremendo desarrollo que la matemática tuvo en el siglo XVIII.

1.4 Referencias

Para biografías de Newton, Leibniz y de otros matemáticos en general se pueden consultar

1. *http://www.geocities.com/grandesmatematicos/*
2. *http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/ history/index.html*
3. *Ch.C. Gillispie, "Dictionary of Scientific Biography", es una excelente enciclopedia de biografías de científicos.*
4. *Antonio J. Durán, "Historia, con personajes de los conceptos del cálculo" Alianza Universidad AU 861, un ameno y completo librito de bolsillo que trata sobre estos temas.*



Jakob Bernoulli lanzó el desafío, en 1690, de hallar la curva que formaría una cadena suspendida por sus dos extremos. Galileo, en 1638, ya había concluido erroneamente que la curva era un arco de circunferencia. Arriba aparece el grabado original de la publicación de Leibniz de Junio de 1691. Encontrar esta curva, la catenaria, fue uno de los primeros grandes éxitos del nuevo cálculo.