

En la enciclopedia Encarta 1999, al buscar “Falsificación de arte” encontramos hacia el final: “El mejor detector de una obra de arte falsa es el ojo humano del experto”. La siguiente historia, con una visión enteramente distinta, ha sido tomada de Martin Braun, *Differential Equations and Their Applications*.- Springer Verlag.

Digitalización previa 06/07/02.

Las ecuaciones diferenciales, la desintegración radioactiva y los falsos Vermeer de Van Meegeren

Luego de la liberación de Bélgica en la II Guerra Mundial, El Cuerpo de Seguridad Holandés se dio a la caza de colaboradores nazis. En los registros de una firma que había vendido numerosas obras de arte a los alemanes, descubrieron el nombre de un banquero que había actuado como intermediario en la venta a Goering del cuadro “Mujeres sorprendidas en adulterio” del famoso pintor holandés del siglo 17, Jan Vermeer. Por su parte, el banquero reveló que había actuado en nombre de un pintor holandés de tercera categoría, H. A. Van Meegeren y, el 29 de mayo de 1945, Van Meegeren fue detenido bajo la acusación de colaboración con el enemigo. El 12 de julio de ese mismo año, Van Meegeren sorprendió al mundo anunciando desde su celda que él nunca había vendido “Mujeres sorprendidas en adulterio” a Goering. Por añadidura, declaró que ese cuadro, y el mucho más famoso y bello “Discípulos de Emaús”, así como otros presuntos Vermeers y dos de Hooghs (pintor holandés del siglo 17), habían salido de su propia mano. Muchas personas, entretanto, pensaron que Van Meegeren estaba mintiendo solamente para salvarse de la acusación de traición. Para probar este punto, Van Meegeren comenzó, en prisión, a falsificar el cuadro de Vermeer “Jesús entre los doctores” para mostrar a los escépticos cuán buen falsificador de Vermeer era él. El trabajo estaba casi listo cuando Van Meegeren supo que una acusación de falsificación había sustituido a la de colaboración. Por este motivo, él se negó a terminar y a envejecer la pintura, de forma que los investigadores no pudieran descubrir su secreteo de envejecimiento de las falsificaciones. Para solucionar esta cuestión, se organizó una comisión internacional de ilustres – químicos, físicos e historiadores del arte – para investigar el asunto. La comisión aplicó rayos X a los cuadros para saber si había otras pinturas debajo de ellas. Además, analizó los pigmentos (materiales colorantes) usados en la tinta, y examinó los cuadros por ciertas señales de vejez.

Ahora bien, Van Meegeren conocía bien esos métodos. Para evitar ser descubierto, raspó la tinta de viejos cuadros de escaso valor, precisamente para obtener la tela, e intentó usar los pigmentos que Vermeer hubiera usado. Van Meegeren también sabía que las tintas viejas eran extremadamente firmes y era imposible disolverlas. Por esa razón, muy hábilmente mezcló en la tinta un producto químico, el fenol formaldehído, y esto endureció como baquelita cuando la pintura, terminada, fue llevada al horno.

A la vez, van Meegeren fue descuidado con muchas de sus falsificaciones y la comisión de especialistas encontró rastros del moderno pigmento azul cobalto. Además, también descubrieron en muchos de los cuadros el fenol formaldehído, que no había sido descubierto sino hacia fines del siglo 19. Sobre la base de estas evidencias, Van Meegeren fue declarado culpable de falsificación el 12 de octubre de 1947 y sentenciado a un año de prisión. Todavía en prisión, sufrió un ataque cardíaco y murió el 30 de diciembre de 1947.

Mientras, aún a pesar de la evidencia presentada por la comisión de especialistas, muchos aún se rehusaban a creer que el afamado “Discípulos de Emaús” hubiera sido falsificado por Van Meegeren. Su argumento se basaba en el hecho de que las otras falsificaciones alegadas y la casi completada “Jesús entre los doctores” de Van Meegeren eran de una calidad muy inferior. Ciertamente, decían ellos, el creador del bello “Discípulos de Emaús” no podía producir pinturas tan inferiores. De hecho, el “Discípulos de Emaús” fue certificado como un auténtico Vermeer por el célebre historiador del arte A. Bredius y fue comprado por la Sociedad Rembrandt por U\$S 170000. La contestación de la comisión de especialistas a estos escépticos fue que, por el hecho de que Van Meegeren estaba vivamente decepcionado por su falta de *status* en el mundo del arte, él trabajó en “Discípulos de Emaús” con la feroz determinación de probar que era mejor que un pintor de tercera categoría.

Después de producir tal ópera prima, su determinación desapareció. Además de eso, luego de ver cuán fácil fue vender el “Discípulos de Emaús”, él dedicó menos esfuerzo a sus falsificaciones posteriores. Esta explicación no satisfizo a los escépticos. Ellos pidieron una prueba meticulosamente científica y concluyente de que “Discípulos de Emaús” era realmente una falsificación. Esto fue hecho recientemente por científicos de la Carnegie Mellon University, y nos gustaría ahora describir su trabajo.

La clave para establecer la fecha de cuadros y otros materiales tales como rocas y fósiles está en el fenómeno de la radioactividad, descubierto al final del siglo 19. El físico Rutherford y sus colegas mostraron que los átomos de ciertos elementos “radioactivos” son inestables, y que dentro de un período de tiempo dado, una *proporción fija* de los átomos se desintegra, para formar átomos de un nuevo elemento.

Debido al hecho de que la radioactividad es una propiedad del átomo, Rutherford mostró que la radioactividad de una sustancia es directamente proporcional al número de átomos presentes en la sustancia. Por lo tanto, si $N(t)$ indica el número de átomos presente en el instante t entonces dN/dt , el número de átomos que se desintegra por unidad de tiempo, es proporcional e N , esto es,

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (1)$$

La constante λ , que es positiva, es conocida como la constante de decaimiento de la sustancia. Cuanto más grande es λ , tanto más rápidamente la sustancia se desintegra. Una medida de la tasa de desintegración de una sustancia es su *vida media* que se define como el tiempo necesario para que la mitad de una cantidad dada de átomos radioactivos se desintegre. Para calcular la vida media de una sustancia en términos de λ , supongamos que en el instante t_0 , $N(t_0) = N_0$.

Entonces la solución del problema de valor inicial

$$\begin{cases} dN/dt = -\lambda N \\ N(t_0) = N_0 \end{cases}$$

es

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\lambda \int_{t_0}^t ds\right) = N_0 e^{-\lambda(t-t_0)}$$

o bien

$$N / N_0 = \exp(-\lambda(t - t_0)).$$

Tomando logaritmos en ambos miembros, obtenemos

$$-\lambda(t - t_0) = \ln \frac{N}{N_0} \quad (2)$$

Ahora, si $N / N_0 = \frac{1}{2}$, entonces

$$-\lambda(t - t_0) = \ln \frac{1}{2}$$

de modo que

$$t - t_0 = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,6931}{\lambda}. \quad (3)$$

Por lo tanto, la vida media de una sustancia es $\ln 2$ dividido por la constante de decaimiento λ . La *dimensión* de λ , que omitimos por simplicidad de la escritura, es el inverso del tiempo. Si t se mide en años, entonces λ tiene la dimensión del inverso de años, y si t se mide en minutos, entonces λ tiene la dimensión del inverso de minutos. La vida media de muchas sustancias fue determinada y registrada. Por ejemplo, la vida media del carbono 14 es de 5568 años, y la vida media del Uranio 238 es de 4,5 billones¹ de años.

La base de la “datación radioactiva” es esencialmente la siguiente.

De la ecuación (2) podemos obtener

$$t - t_0 = 1/\lambda \ln(N_0 / N).$$

Si t_0 es el instante en que la sustancia fue inicialmente formada o manufacturada, entonces la edad $t - t_0$ de la sustancia es

$$\frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{N_0}{N} \right).$$

En la mayoría de los casos, la constante de decaimiento λ es conocida o puede ser calculada. Por lo demás, podemos usualmente calcular N muy fácilmente.

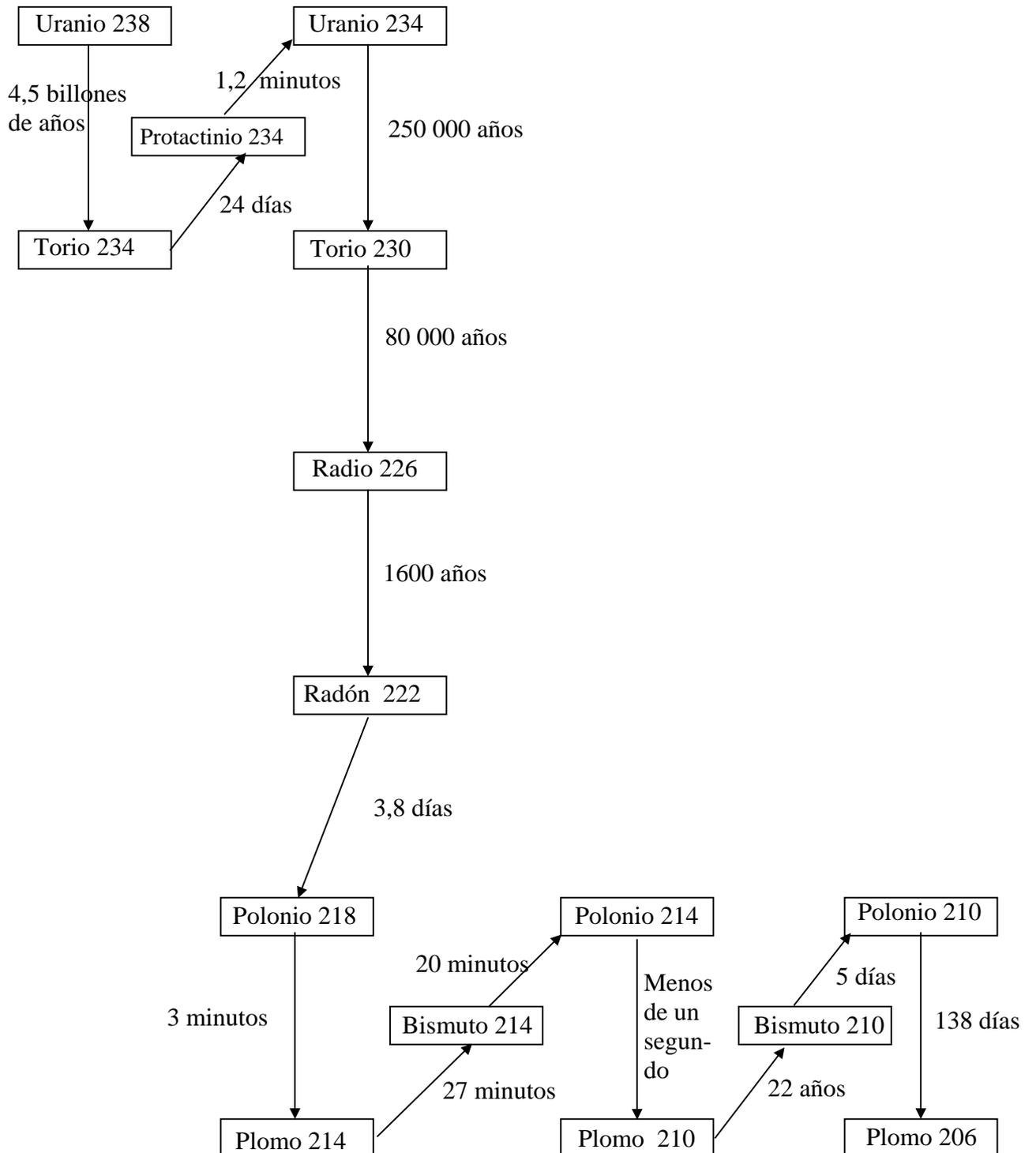
Por lo tanto, si conociéramos N_0 , entonces podríamos determinar la edad de la sustancia.

Pero esta es, exactamente, la dificultad real, ya que usualmente no conocemos N_0 .

En algunos casos, sin embargo, podemos o bien determinar N_0 indirectamente, o bien determinar ciertos valores convenientes de N_0 , y éste es el caso para las falsificaciones de Ven Meegeren.

¹ En Estados Unidos, un billón = mil millones.

Figura 1. La serie del Uranio. Los tiempos mostrados en las flechas son las vidas medias en cada paso.



Comenzamos con los siguientes hechos bien conocidos de la química elemental. Casi todas las rocas de la corteza terrestre contienen una pequeña cantidad de uranio. El uranio de la roca se descompone en otro elemento radioactivo, y éste se descompone en otro, y éste en otro, y así sucesivamente (ver Figura 1) formando una cadena que termina en plomo, que no es radioactivo. El uranio (cuya vida media está por encima de los cuatro billones de años) es el responsable del mantenimiento de la cadena, pues a medida que ellos se descomponen son sustituidos por los elementos anteriores a ellos.

Ahora bien, todos los cuadros tienen una pequeña cantidad del elemento radioactivo plomo 210 (^{210}Pb) y una mucho menor cantidad de radio 226 (^{226}Ra), toda vez que estos elementos están presentes en la cerusa o albayalde (óxido de plomo), colorante usado por los artistas desde hace más de 2000 años. Para el análisis que sigue, es importante observar que el albayalde está hecho del metal plomo, el que a su vez, es extraído de una roca llamada mineral de plomo, en un proceso llamado reducción. En este proceso, el plomo 210 del mineral acompaña al metal plomo. Entretanto, 90/95% de radio y sus descendientes son transformados en otros residuos de fabricación, un material llamado lava. Por lo tanto, la mayor parte de la dotación de plomo 210 es eliminada y ella comienza a descomponerse muy rápidamente, con una vida media de 22 años. Ese proceso continúa hasta que el plomo 210 del albayalde queda, una vez más, en equilibrio radioactivo con la pequeña cantidad de radio presente, esto es, la desintegración del plomo 210 es exactamente equilibrada por la desintegración del radio.

Vamos a usar ahora esta información para calcular la cantidad de plomo 210 presente originariamente en el instante de su formación.

Sean:

$y(t)$ la cantidad de plomo 210 por gramo de albayalde en el instante t .

y_0 la cantidad de plomo 210 por gramo de albayalde presente en el instante t_0 de su formación.

$r(t)$ el número de desintegraciones de radio 226 por minuto, por gramo de albayalde, en el instante t .

Si λ es la constante de decaimiento para el plomo 210, entonces

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda y + r(t) \quad , \quad y(t_0) = y_0 \quad (4)$$

Como estamos interesados apenas en un período de tiempo de un máximo de 300 años, podemos admitir que la cantidad de radio 226, cuya vida media es de 1600 años, permanece constante, de modo que $r(t)$ es una constante r . Multiplicando ambos miembros de la ecuación diferencial (4) por el factor integrante $\mu(t) = e^{\lambda t}$, obtenemos

$$\frac{d}{dt} e^{\lambda t} y = r e^{\lambda t} .$$

Por lo tanto,

$$e^{\lambda t} y(t) - e^{\lambda t_0} y(t_0) = \frac{r}{\lambda} (e^{\lambda t} - e^{\lambda t_0})$$

o bien

$$y(t) = \frac{r}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(t-t_0)}) + y_0 e^{-\lambda(t-t_0)} . \quad (5)$$

Ahora bien, $y(t)$ y r pueden ser fácilmente medidos. Por lo tanto, si pudiéramos conocer y_0 , podríamos usar la ecuación (5) para calcular $t - t_0$ y, consecuentemente, terminaríamos determinando la edad del cuadro.

Una manera posible de salir de esa dificultad es usar el hecho de que la cantidad inicial de plomo 210 estaba en equilibrio con la mayor cantidad de radio 226 en la mina del cual el metal fue extraído.

Tabla 1. Muestras de minerales y minerales concentrados. Todas las tasas de desintegración son por gramo de albayalde. (carbonato de plomo).

Descripción y fuente	Desintegración por minuto de ^{226}Ra
Mineral concentrado (Oklahoma-Kansas)	4,5
Mineral bruto molido (S.E. Missouri)	2,4
Mineral concentrado (S.E. Missouri)	0,7
Mineral concentrado (Idaho)	2,2
Mineral concentrado (Idaho)	0,18
Mineral concentrado (Washington)	140,0
Mineral concentrado (British-Columbia)	1,9
Mineral concentrado (British-Columbia)	0,4
Mineral concentrado (Bolivia)	1,6
Mineral concentrado (Australia)	1,1

Tomemos, para eso, muestras de diferentes minas y calculemos el número de desintegración del radio 226 en las minas. Esto fue hecho para una serie de minas y los resultados se encuentran en la Tabla 1. Esos números varían de 0,18 a 140.

Consecuentemente, el número de desintegraciones de plomo 210 por minuto, por gramo de albayalde, en el instante de la formación podrá variar de 0,18 a 140. Esto implica que y_0 podrá también variar en un intervalo muy grande, ya que el número de desintegraciones de plomo 210 es proporcional a la cantidad presente. Por lo tanto, no podemos usar la ecuación (5) para obtener una valuación precisa, ni siquiera aproximada, de la edad del cuadro.

Entretanto, podremos no obstante usar la ecuación (5) para distinguir entre un cuadro del siglo 17 y una falsificación moderna. La base de esa afirmación es que la simple observación de que si la tinta es muy antigua comparada con los 22 años de la vida media del plomo, entonces la radioactividad del plomo 210 en la tinta será aproximadamente igual a la radioactividad del radio presente en la tinta. Por otro lado, si el cuadro es moderno (aproximadamente 20 años de edad, o cerca) entonces la radioactividad del plomo 210 será mucho mayor que la radioactividad del radio.

Tornaremos preciso ese argumento del siguiente modo. Admitamos que el cuadro en cuestión es o muy nuevo, o tiene cerca de 300 años. Pongamos $t - t_0 = 300$ años en (5). Entonces, después de algunos cálculos simples, vemos que

$$\lambda y_0 = \lambda y(t)e^{300\lambda} - r(e^{300\lambda} - 1). \quad (6)$$

Si el cuadro es de hecho una falsificación moderna, entonces λy_0 podrá ser absurdamente grande. Para determinar qué se entiende por una tasa de desintegración absurdamente grande, observamos que si el plomo 210 se descompone originariamente (en el instante de su formación) a razón de 100 desintegraciones por minuto, por gramo de albayalde, entonces la mina la cual fue extraído tiene un contenido de uranio de aproximadamente 0,014 por ciento. Esta es una concentración bastante alta de uranio, una vez que la media de uranio en rocas de la corteza terrestre es de cerca de 2,7 partes por millón. Por otro lado existen algunas minas muy raras en el hemisferio occidental cuyo contenido de uranio es de 2 a 3 por ciento. Más exactamente, diremos que una tasa de desintegración de plomo 210 es ciertamente absurda si excede 30000 desintegraciones por minuto, por gramo de albayalde.

Para calcular λy_0 , debemos calcular la actual tasa de desintegración $\lambda y(t)$, del plomo 210, la tasa de desintegración r del radio 226, y $e^{300\lambda}$. Como la tasa de desintegración del polonio 210 (^{210}Po) es igual a la del plomo 210 luego de muchos años, y como es más fácil medir la tasa de desintegración del polonio 210, sustituimos estos valores por los de plomo 210. Para calcular $e^{300\lambda}$, observamos de (3) que $\lambda = \ln(2/22)$. Por lo tanto

$$e^{300\lambda} = e^{(300/22)\ln 2} = 2^{150/11}.$$

Las tasas de desintegración del polonio 210 y de radio 226 fueron medidas para el “Discípulo de Emaús” y varias otras falsificaciones alegadas y se dan en la Tabla 2.

Tabla 2 Cuadros de autoría cuestionada. Todas las tasas de desintegración son por minuto .y por gramo de albayalde

Descripción	Desintegración de ^{210}Po	Desintegración de ^{210}Ra
“Discípulos de Emaús”	8,5	0,8
“Lavaje de los pies”	12,6	0,26
“Mujer escuchando música”	10,3	0,3
“Mujer tocando la mandolina”	8,2	0,17
“La campesina”	1,5	1,4
“Muchachas riendo”	5,2	6,0

Si calculamos ahora λy_0 de (6) para el albayalde del cuadro “Discípulos de Emaús” obtenemos

$$\lambda y_0 = (8,5)2^{150/11} - 0,8(2^{150/11} - 1) = 98.050$$

que es inaceptablemente grande. Por lo tanto este cuadro debe ser una falsificación moderna. Mediante un análisis semejante se mostró que los cuadros “Lavaje de los pies”, “Mujer escuchando música” y “Mujer tocando la mandolina” son indiscutiblemente falsos Vermeers. Por otro lado, los cuadros “La bordadora” y “Muchachas riendo” no pueden ser falsificaciones recientes de Vermeers, como decían algunos peritos, toda vez que para estos dos cuadros el polonio-210 está aproximadamente en equilibrio radioactivo con el radio-226, y tal equilibrio no fue observado en ninguna muestra de cuadros de los siglos 19 o 20.

Referencias

Coremans, P., Van Meegeren Faked Vermeers and De Hooghs, Meulenhoff, Amsterdam, 1949.

Keisch, B., Feller, R. L., Levine, A.S., Edwards, P.R., Dating and Authenticating Works of Art by Measurement of Natural Alpha Emitters, Science (155),1238-1241, march 1967.

Keisch, B., Dating Works of Art through Their Natural radioactivity: Improvements and Applications, Science, 160, 413-415, April 1968.

Mario Augusto Bunge.

Digitalización previa para <http://www.rinconmatematico.com>

Si quieres transmitirnos alguna inquietud generada por este u otro artículo, puedes hacerlo en <http://www.rinconmatematico.com/foros>